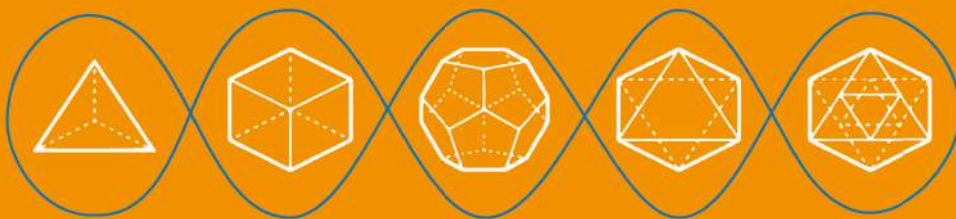


MATEMÁTICA  $\pi$  PARA FILÓSOFOS



UMA REVISTA DA NOVA ACRÓPOLE

NÚMERO 10 | OUTUBRO 2021

# O NÚMERO 55 E AS SUAS BELEZAS MARAVILHOSAS

MATEMÁTICA SAGRADA NA  
DIVINA COMÉDIA DE DANTE

UM RETÂNGULO MUITO ESPECIAL  
NA MATEMÁTICA EGÍPCIA

QUADRIVIUM: ARITMÉTICA, MÚSICA,  
GEOMETRIA E ASTRONOMIA

O PROBLEMA 79 DO PAPIRO DE RHIND

DA GRAFITE AO DIAMANTE: A EXPRESSÃO  
ALOTRÓPICA QUE ELEVA

COMO SE CONECTA A MATEMÁTICA COM  
A ESPIRITUALIDADE

[WWW.MATEMATICAPARAFILOSOFOS.PT](http://WWW.MATEMATICAPARAFILOSOFOS.PT)



# ÍNDICE

5  
**Como se Conecta a Matemática com a Espiritualidade**  
Por Sara Ortiz Rous

7  
**Da Grafite ao Diamante: a Expressão Alotrópica que Eleva**  
Por Jacinta Marta Fernandes

10  
**O Número 55 e as suas Belezas Maravilhosas**  
Por José Carlos Fernández

14  
**O Problema 79 do Papiro de Rhind**  
Por José Carlos Fernández

16  
**Matemática Sagrada na Divina Comédia de Dante**  
Por José Carlos Fernández

24  
**Os Números e a Vida Quotidiana**  
Por José Carlos Fernández

28  
**Os Números e a Entropia/Sintropia**  
Por João Porto

33  
**Quadrivium: Aritmética, Música, Geometria e Astronomia**  
Por Nadiia Komarova

35  
**Sólidos Platónicos – Parte I**  
Por Rafael Montes Gil

38  
**Um Retângulo Muito Especial na Matemática Egípcia**  
Por José Carlos Fernández

41  
**Vislumbres da História da Matemática**  
Boletín Pitágoras.

43  
**Viver a Matemática**  
Por Luísa Graça

Revista organizada por voluntários da  
Organização Internacional Nova Acrópole  
– Portugal

Diretor: José Carlos Fernández  
Editor: M<sup>a</sup> Ángeles Castro  
Design: José Rocha

Web: [www.matematicaparafilosofos.pt](http://www.matematicaparafilosofos.pt)  
Email: [geral@matematicaparafilosofos.pt](mailto:geral@matematicaparafilosofos.pt)

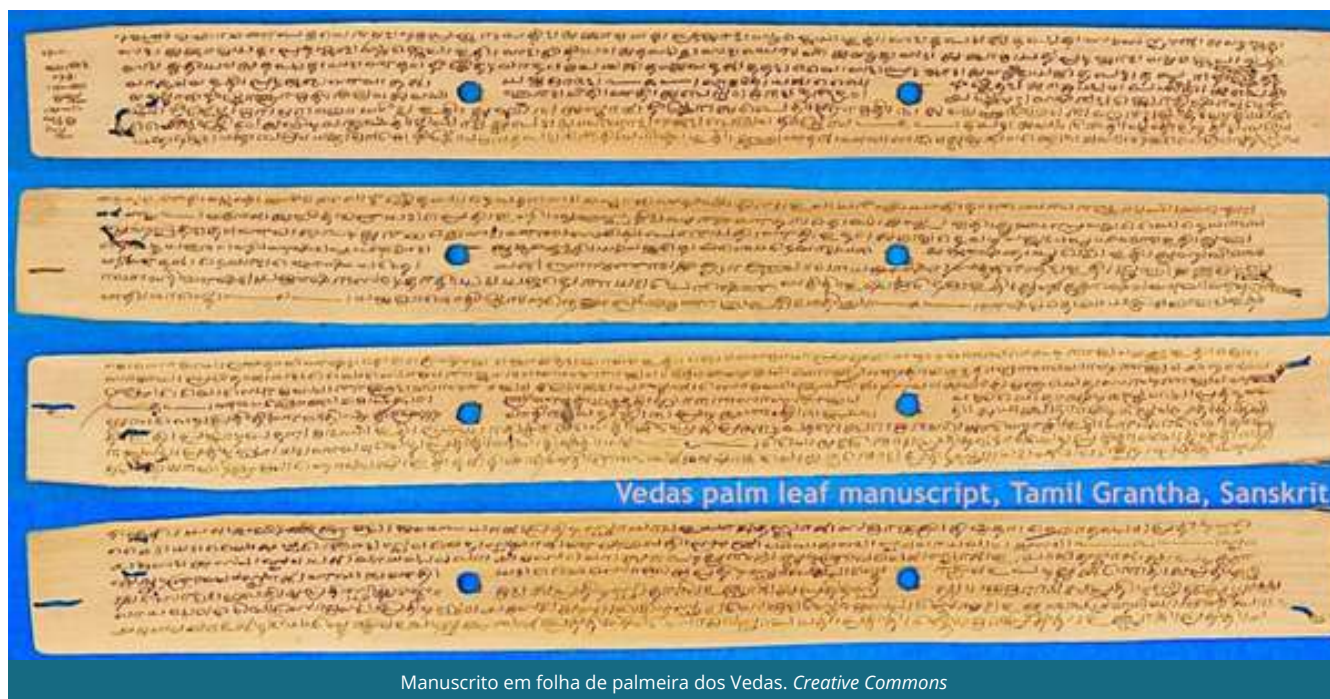
Propriedade e direitos:



# COMO SE CONECTA A MATEMÁTICA COM A ESPIRITUALIDADE

Por Sara Ortiz Rous

Publicado na revista Esfinge em 30 de abril de 2020



Uma contribuição ao mundo da matemática vem dos Vedas, os livros sagrados do hinduísmo; é uma lista de dezasseis aforismos ou sutras:

1. *Por um mais que um antes.*
2. *Todos de 9 e o último de dez.*
3. *Na vertical e em cruz.*
4. *Transposição e aplicação.*
5. *Se o Samuccaya é o mesmo, é zero.*
6. *Se um está em proporção o outro é zero.*
7. *Por adição e por subtração.*
8. *Por finalização ou não-finalização.*

....

A revelação atual do uso matemático dos Vedas veio, nos inícios do século XX, de um jovem swami chamado Bharati Krishna Tirhtaj. Foi uma criança prodígio, licenciado em sânscrito, filosofia, inglês, matemática, história e ciências, pela idade de 20 anos, e possuía o dom da palavra. Nomeado Shankaracharya (uma das

posições de mais alta classificação dentro da sociedade tradicional hindu), em 1925, pronunciava sermões como guia espiritual e promovia um método de cálculo proveniente dos Vedas, apesar de dizer: "A relação com a matemática só é detectável a partir de uma revelação intuitiva".

Um dos aforismos matemáticos dos Vedas mais simples, é o segundo: Todos de 9 e o último de 10. É usado para subtrair um número qualquer de uma potência de 10. Trata-se de subtrair os primeiros números de 9 e o último de 10. Quantos mais dígitos tiver o número mais útil é a regra. Por exemplo, 3478 subtraído de 10000.

10000-3478, subtrairá 3 de 9, 4 de 9, 7 de 9, e 8 de 10. A resposta é 6522.

Àqueles que lhe perguntavam se os sutras dos Vedas tratavam de magia ou de matemática, respondia: "É magia até que o entendas, e é matemática a partir desse momento".

Uma vez adicionou um conto: Dois reis hindus encontraram-se num bosque. Um rei disse ao outro que podia dizer quantas folhas tinha uma árvore só de a olhar. O segundo rei pôs em causa, e dispôs-se a arrancar as folhas da árvore para contá-las uma a uma. Quando terminou, obteve o número exato que tinha determinado o primeiro rei. Esta história é testemunho que os indianos antigos eram capazes de contar grandes quantidades de objetos olhando-os como um todo.

Estas e muitas outras habilidades tinham-se perdido, mas foram recuperadas por Tirthaji. Com a idade de 82 anos, em 1958, visitou os Estados Unidos, viagem que

foi motivo de controvérsia no seu país natal, porque não poderia viajar ao estrangeiro como líder espiritual, e motivo de espanto no Instituto Tecnológico da Califórnia, onde uniu números e metafísica com espírito lúdico.

Se nos perguntarmos como se conecta a matemática com a espiritualidade, podemos recorrer à resposta que uma vez deu Shankaracharya. Depois de uma grande reflexão, enunciou: "A criação, a perdurabilidade e a destruição do universo sucedem de uma forma muito matemática. Não diferenciamos entre matemática e espiritualidade. Consideramos que a matemática é a fonte da filosofia indiana."

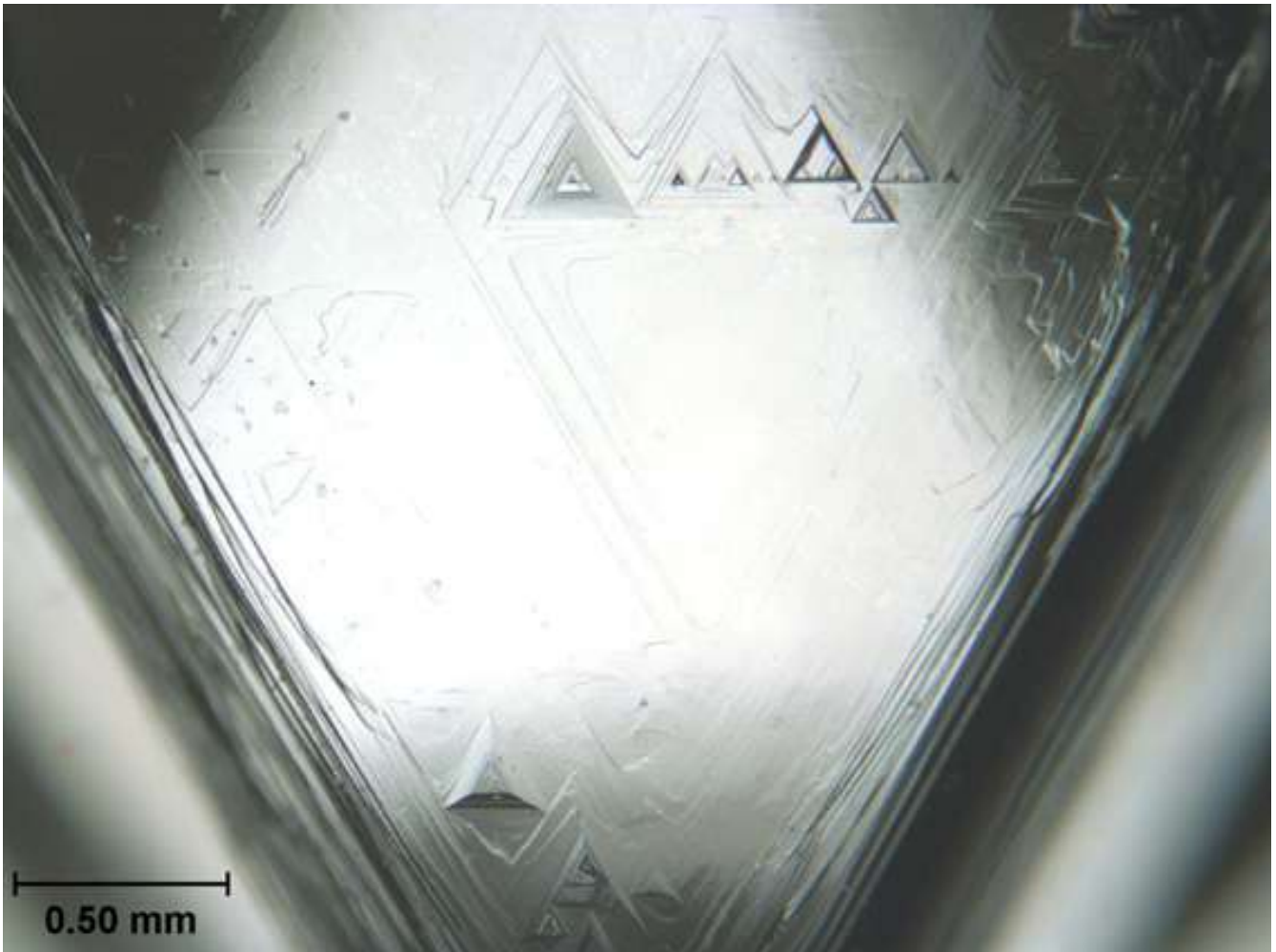


Shankaracharya. Creative Commons



# DA GRAFITE AO DIAMANTE: A EXPRESSÃO ALOTRÓPICA QUE ELEVA

Por Jacinta Marta Fernandes



Face de um diamante em bruto. *Creative Commons*

A alotropia (do grego «állos», que significa outro ou diferente, e «tropos», que significa maneira), ou alotropismo, é a propriedade que alguns elementos químicos têm de realizar ligações covalentes (com partilha de electrões), formando duas ou mais substâncias diferentes.

A grafite (uma espécie de “carvão” mineral) e o diamante (a gema mais nobre), são feitos da mesma essência: quimicamente, elementos nativos, ou seja, constituídos por puro carbono; estruturalmente, com diferentes redes cristalinas, dependente do número de ligações ocorridas.



Grafite. *Creative Commons*



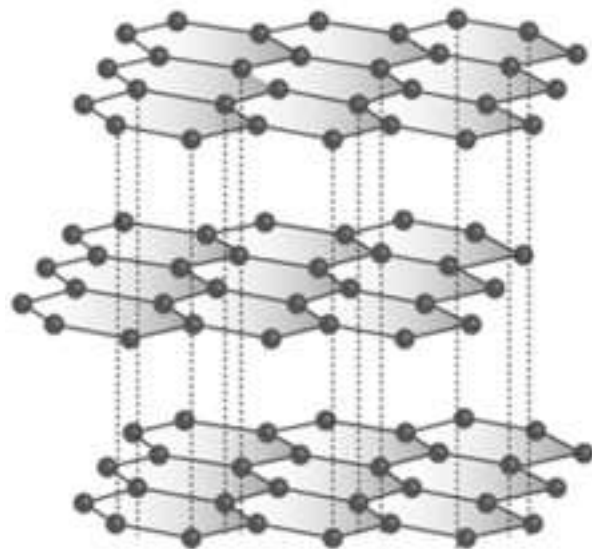
Diamante em bruto. *Creative Commons*

Estes minerais são excelentes exemplos da expressão dual da matéria: opaco – incolor; condutor – isolador; lubrificante – abrasivo; mole – duro; hexagonal – cúbico; etc... Desde uma pedra desprezível a uma pedra preciosa!

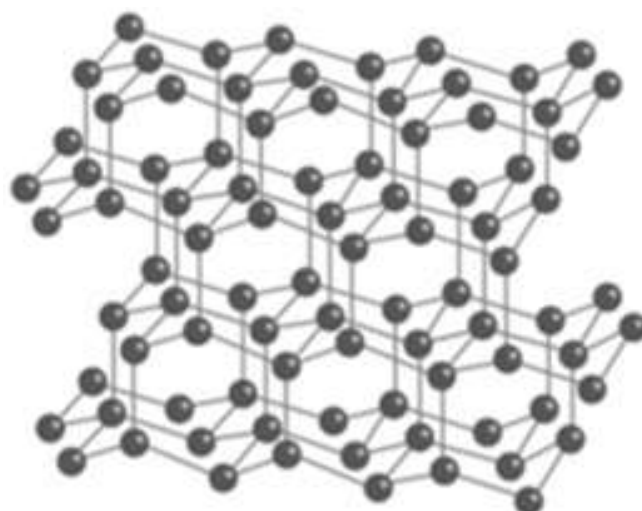
Matematicamente falando, na grafite, cada carbono encontra-se ligado, covalentemente, a outros três átomos de carbono, formando um arranjo hexagonal. No diamante, cada carbono liga-se, covalentemente, a outros quatro átomos de carbono, num arranjo tetraédrico.

O diamante consiste numa rede cristalina de átomos de carbono com hibridação do tipo  $sp^3$ , ou seja, quatro ligações que definem ângulos de  $109.5^\circ$  entre si, formando uma estrutura tetraédrica bastante compacta. Já a grafite, de hibridação do tipo  $sp^2$ , forma uma rede hexagonal planar, ou seja, os átomos estão dispostos nos vértices de hexágonos contíguos, em que cada plano ou camada apresenta apenas interações de «Van

der Waals», forças mútuas de atração que são estáveis, com as camadas adjacentes. É por este motivo que as referidas camadas escorregam, facilmente, umas contra as outras.



Grafite



Diamante

A configuração da organização desses átomos é definida por condições externas, de temperatura e pressão diferentes. Esta diferença na sua estrutura cristalina, leva a que estes materiais tenham propriedades físicas bastante distintas, imprimindo aplicações muito diversas. A grafite é utilizada como lubrificante de engrenagens e rolamentos, por ser um sólido mole, cujas placas deslizam umas sobre as outras, motivo pelo qual é também utilizada para lápis de escrever. Mas a sua maior aplicação (cerca de 70% da sua produção mundial) é na indústria do aço e do ferro, como ingrediente na manufatura de aço de cadinho e revestimento de fundições.



O diamante possui aplicação de maior valor na joalheria. O valor da gema é função das suas propriedades e qualidades (peso, cor, pureza e lapidação). Aqueles que não tem aplicação gemológica, e por ser o mineral mais duro da «escala de Mohs», são aplicados na indústria como abrasivos, ferramentas de corte e perfuração, mas também aplicados em microeletrônica, próteses ósseas, telas LCD, tratamento de água, células solares, etc.



Grafite (em lápis). Domínio Público



Diamante lapidado. Pixabay

**Curiosidade sobre o diamante:** o maior diamante (conhecido) do mundo, Cullian (também conhecido como Estrela do Sul), foi encontrado em Pretória (África do Sul), em 1905, e pesava 3106 quilates (mais de 700 gramas). O segundo, Lesedi la Rona, encontrado no Botswana, em 2015, pesava 1111 quilates. Recentemente, foi descoberta, também no Botswana, uma pedra de 1098 quilates, podendo vir a ser considerada o terceiro maior diamante do mundo.

**Curiosidade sobre a grafite:** a dureza do lápis é classificada em 4 tipos: B (blackness), que representa negrume; H (hardness), representa dureza; F (fine), representa a ponta fina; HB que representará um limiar entre B e H, que caracteriza um lápis comum. Ordenando a escala do mais rígido para o mais macio, seria: 9H > 8H > 7H > 6H > 5H > 4H > 3H > 2H > H > F > HB > B > 2B > 3B > 4B > 5B > 6B > 7B > 8B > 9B; em que, quanto maior o número, mais acentuada a característica. Por exemplo, 9H é mais duro que o H e 9B é mais suave que o B.

Muitas técnicas e tecnologias tem sido desenvolvidas para produzir diamantes artificiais. Uma das formas de transmutação é conseguida através da submissão da grafite a elevadas pressão e temperatura. Assim, através da alotropia, a grafite transforma-se em diamante, uma vez constituídos pela mesma matéria! Mas esta transmutação, algo instável, reverte-se, se as condições extremas e muito específicas, não forem similares às camadas mais internas da Terra.

Em alquimia, é sugerida a existência de uma pedra filosofal, o centro, a partir do qual se gerará uma nova “pedra”. Esta é outra forma, de tecnologia mais recente, para fabricar diamantes “sintéticos”, a partir de uma “semente”. Uma pequena porção de diamante, igualmente submetida às necessárias condições, vai agregando novos átomos de carbono, à sua estrutura cristalina, numa determinada ordem cristalográfica, dando origem a um diamante igualmente puro e belo, como o originário.

Mais do que uma manifestação matemática, afinal, o que esta expressão alotrópica nos pode ensinar? Se considerarmos essas ligações covalentes como figura metafórica para as relações intra e interpessoais, que tenhamos a capacidade de harmonizar a nossa ordem interna, por forma a elevar a alotropia da nossa estrutura. E as referidas condições extremas, poderão aludir a situações ou experiências humanas bastante significativas que promovem a transmutação ou a elevação do espírito.

Consideremos ainda que, também no nosso centro, existe uma pequena semente, das quais podem brotar os arquétipos da verdadeira essência humana e, a partir do qual, a nossa ordem cristalina interior pode ser desenvolvida, aprimorada e elevada, para que possamos brilhar como diamantes!

# O NÚMERO 55 E AS SUAS BELEZAS MARAVILHOSAS

Por José Carlos Fernández

Escritor e director da Nova Acrópole Portugal

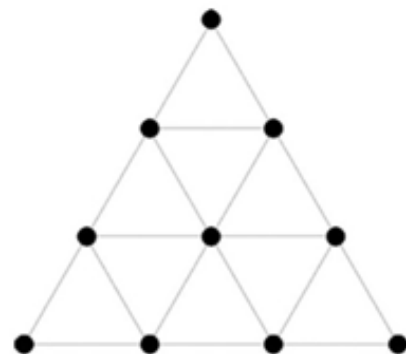


Números. Domínio Público

O filósofo neoplatónico Jâmblico, no seu livro *Theologumena Arithmeticae*, atribuí a denominação “belezas maravilhosas” a este número. Diz que emana da Década, pois é a soma dos dez primeiros números:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Isto significa que, tal como a Tetráctis (o 4 Sagrado) é um número triangular e cuja soma é 10, o 10 também é um número triangular cuja soma é 55.



A Tetráctis. Domínio Público

## DESTAQUE

Se dispusermos as unidades num triângulo equilátero, vejamos todos os significados disso:

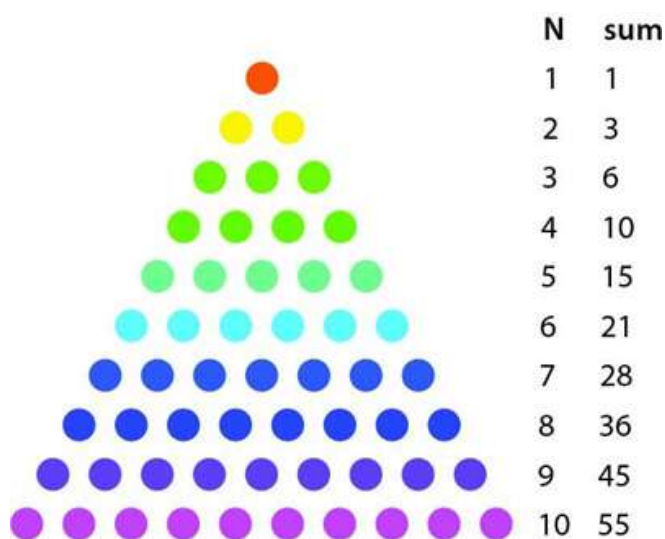


Fig. 1 – Imagem Leonor Antunes

Mas o número 55 é ao mesmo tempo um número piramidal (em que as unidades, como esferas, formam uma pirâmide de base quadrada) de 5 fiadas.

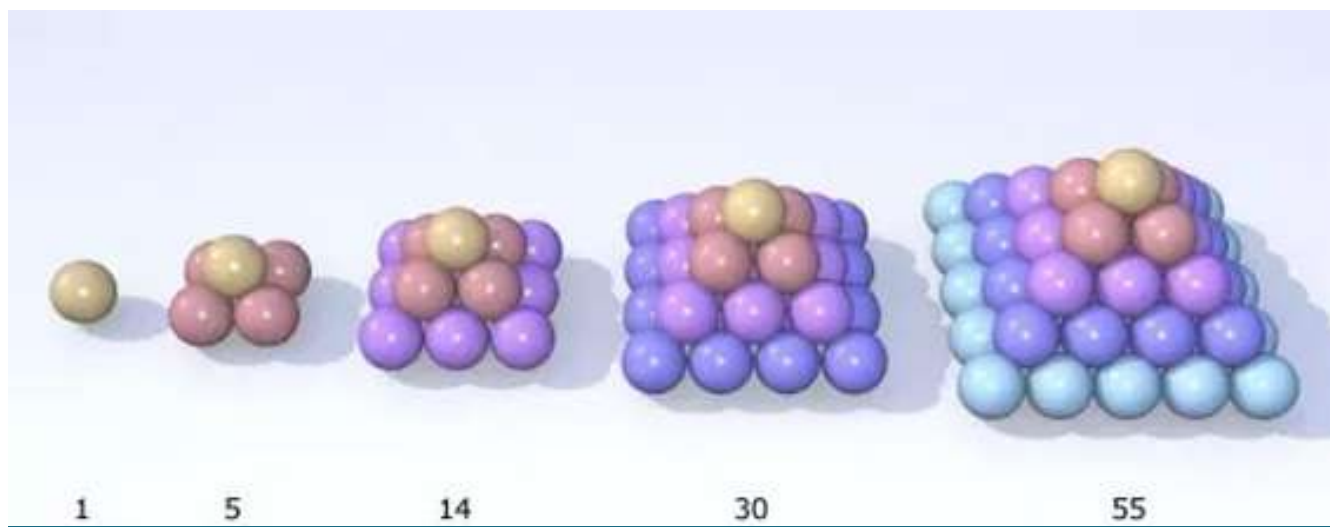


Fig. 2 – Imagem Leonor Antunes

Estes números piramidais (de base quadrada) são a soma dos quadrados dos números sucessivos, desde a unidade.

Assim:

$$1$$

$$1 + 2^2 = 5$$

$$1 + 2^2 + 3^2 = 14$$

$$1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 30$$

$$1 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$$

O que expressa a encarnação piramidal ou “arbórea” de uma Ideia. A segunda, depois da unidade em si que é sua própria personificação, é o 5, ou seja, a *Mente*. A terceira é o 14, símbolo dos duplos sete poderes criadores, associados aos *Lipikas* ou leis, que estão no limiar da manifestação e a contêm (com uma polaridade para o “sem forma” e a outra para o que entra no espaço e no tempo, como se fossem os sete grampos que unem o real ao aparente). A seguinte, uma espécie de *Tetráctis* manifestada na pirâmide quadrada, origina o 30 (3 x 10,



## DESTAQUE

ou seja, o Triplo Logos e os Planos de Consciência do Sistema Solar segundo as tradições esotéricas). E o seguinte, o quinto, é o 55.

Outra das “maravilhosas propriedades” deste número, e novamente em relação à Década, é que se trata de um número da Sequência de Fibonacci e, mais precisamente, o décimo desta sequência. Recordemos que a chamada Sequência de Fibonacci forma-se, a partir da unidade, pela soma dos dois termos anteriores da mesma, e que quando o termo  $n+1$  tende ao infinito, dividindo o anterior, o  $n$ , dá-nos o Número de Ouro.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, **55**, 89...

A soma teosófica do 55, esta misteriosa operação já sugerida pelos egípcios ao somar unidades com dezenas, com centenas, etc., é  $5 + 5 = 10 = 1$ . Ou seja, que retorna novamente à Década e outra vez à Unidade.

Na Aritmosofia grega, na qual os números são convertidos em letras e vice-versa, este número, o 55, corresponde ao 50 (letra N) e ao 5 (letra E), pelo que o próprio Jâmblico disse que este número é o lexarítimo de EN, que é a palavra grega para UM, pelo que o professor Jorge Alvarado Planas chama a este número, o número de APOLO, o “sem Polos”, ou seja, a Unidade.

Na Aritmosofia Grega, em que os números são convertidos em letras e vice-versa, esse número, 55, corresponde a 50 (letra N) e 5 (letra E), então o próprio Jâmblico diz que esse número é o lexarítimo de EN, que é o Palavra grega para UM, com o que o professor Jorge Alvarado Planas chama esse número, o número APOLO, o “sem polos”, ou seja, Unidade.

Que seja formado por dois 5, iguala-o ao duplo 5, ou seja, à Estrela de Cinco Pontas ou Pentágono, e a sua sombra na matéria, as mãos direita e a esquerda, cada uma com os seus 5 dedos. O mistério de Kumara-Makara, sobre o qual H.P.Blavatsky, na sua *Doutrina Secreta*<sup>1</sup> diz:

“O sentido mais místico do número 5 (Cinco) é exposto num excelente artigo do Sr. T. Subba Row, em *Five Years of Theosophy*, um artigo intitulado “Os Doze Signos do Zodíaco”, no qual ele dá algumas regras que pode ajudar o investigador a encontrar “o significado profundo da antiga nomenclatura sânscrita, nos antigos mitos e alegorias arianas”. Entretanto, vejamos o que foi declarado até agora nas publicações teosóficas sobre a constelação de Capricórnio, e o que geralmente se sabe sobre ela. Todos sabem que ..... é o décimo signo do Zodíaco, pelo qual o sol passa no solstício de Inverno, em 21 de dezembro. Mas poucos são os que conhecem (mesmo na Índia, a menos que sejam iniciados) a verdadeira relação mística que parece existir, dizem, entre os nomes Makara e Kumâra. O primeiro significa algum animal anfíbio, banalmente chamado “crocodilo”,

como acreditam alguns orientalistas; e o segundo é o título dos grandes patronos dos Yogis, de acordo com os Purânas Shaiva; dos filhos de Rudra (Shiva), que também é um Kumâra, e até mesmo um com ele. Por causa de sua conexão com o Homem, os Kumâras também estão relacionados com o Zodíaco. Tratemos de ver o que significa a palavra Makara.

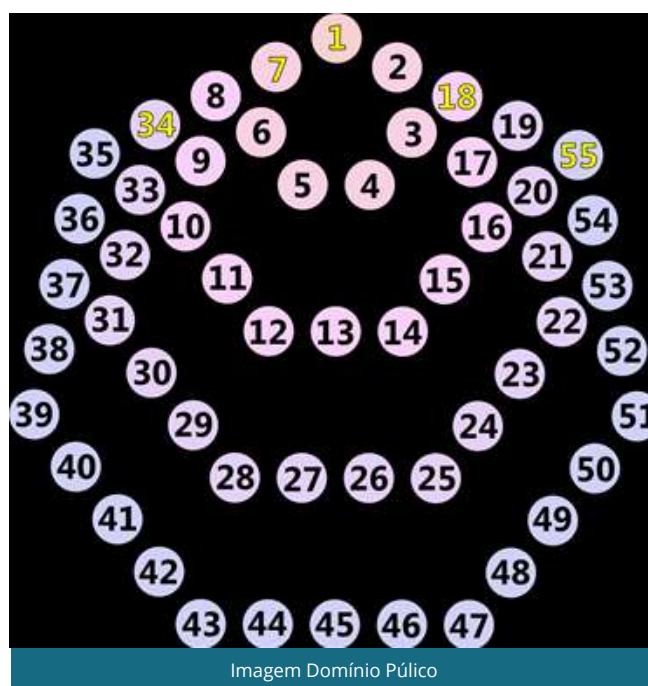
Diz o autor de “*Os Doze Signos do Zodíaco*”:

Makara... contém em si a chave para a sua correcta interpretação. A sílaba ma é equivalente ao número 5, e kara significa mão. Contudo, em sânscrito, Tribhujam significa triângulo, *bhujam* ou *karam* (ambos são sinónimos) entende-se que significa um lado. Assim, Makaram ou Panchakaram significa um Pentágono. Contudo, a estrela de cinco pontas ou pentágono representa os cinco membros do homem.

É também muito sugestivo que este número, expresso em chave 12, ou seja, no sistema duodecimal, seja o 47, com tudo o que isso implica. Já que

$$55 = 4 \times 12 + 7$$

Ainda mais que o 55 seja um número heptagonal, ou seja, aquele que surge da construção com unidades sucessivas do heptágono, sendo o quarto heptágono que se forma, ou seja, o quarto degrau sobre o qual o 7 desce em manifestação objectiva, como podemos ver na seguinte figura.



uma chave química, em que relacionamos os números com o número de protões de um elemento (este número é aquele que determina a sua natureza intrínseca), ou seja, o chamado número atómico, 55 é o número do Césio, o elemento químico mais electro-positivo

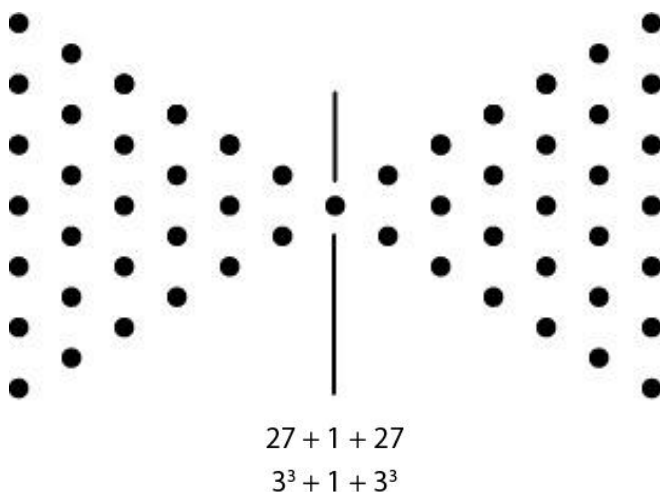
1 No capí No capítulo ou artigo “A Cruz e a Década Pitagórica”.

## DESTAQUE

da Tabela Periódica, e o mais reactivo de todos os metais, que arde em temperatura ambiente (ou seja, que é pirofórico, literalmente “portador de fogo”), em contacto com a água ou com a simples humidade do ar. Recordemos também que o nome deste metal vem do latim “caesius”, que designa o céu azul, dadas as cores espectrais deste elemento, que mesmo sendo um metal, se funde a 28° de temperatura.

Quanto à massa atómica, medida em relação ao hidrogénio, o 55, mais especificamente 55.8, indica a do ferro, o que também é muito sugestivo. O 55 seria assim, simbolicamente, como a Acha de Ferro que penetra e labora (de labrys) na matéria para torná-la fértil. Cada um dos 5 seria assim, talvez, uma forma da mente, um abre caminhos no interior, para que a luz do espírito penetre, e a outra para o exterior, para dar forma e ordenar o mundo; uma espécie de Manas/Kama-Manas das tradições teosóficas.

Na verdade, este número desenha a cabeça de ferro da Acha de Duplo Gume, da seguinte maneira:



Uma vez que é a união de duas vezes o número triangular 28 (na unidade que é o vértice sobrepõe-se e, portanto, não se soma). O mais surpreendente é que este número triangular é o sétimo, ou seja, tem 7 linhas ou filas, sete que entram no mundo ideal, sete no formal.

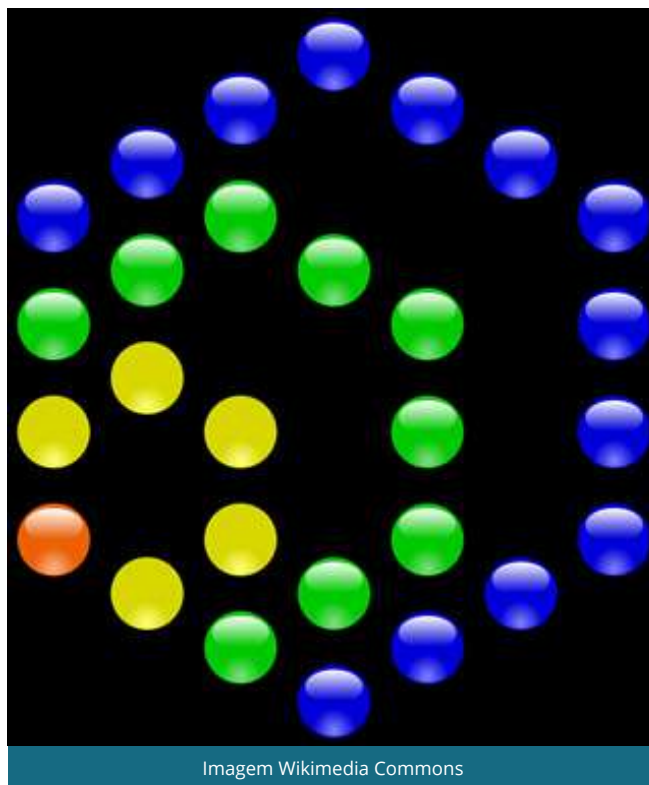
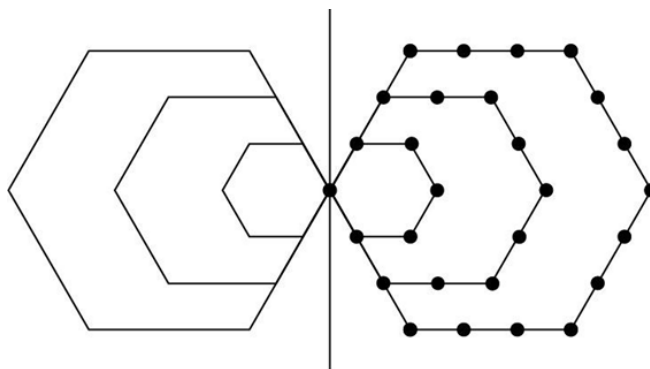


Imagem Wikimedia Commons

Como o 28 também é um número hexagonal, o quarto, também podemos ver o 55 como três hexágonos que se expandem cada vez mais, unidos no vértice por três outros que fazem o mesmo, em espelho.



É, portanto, segundo tudo o que dissemos antes, um símbolo da Unidade como Década, manifestada e ardente sobre a matéria, tornando-a permeável ao seu mistério e necessidade.



# O PROBLEMA 79 DO PAPIRO DE RHIND

Por José Carlos Fernández

Escritor e director da Nova Acrópole Portugal



Papiro de Rhind. Creative Commons

Este texto, problema, ou melhor, solução do Papiro de Rhind é um dos primeiros exemplos conhecidos de soma numa progressão geométrica. E o que o torna mais interessante é o facto de o número 7 ser a razão, ou seja, cada termo é formado multiplicando por 7 o anterior.

Encontramos o mesmo problema repetido, com pequenas variantes, no Liber Abaci de Leonardo de Pisa (Fibonacci), no ano de 1202. O problema é evidentemente o mesmo, o que sugere uma transmissão desconhecida de conhecimento, possivelmente através dos árabes (recordemos também que os alquimistas islâmicos conheciam o significado dos hieróglifos egípcios, e deixaram provas disso).

Na versão medieval de Fibonacci, o problema traduz-se da seguinte forma:

*“Sete mulheres velhas estão a caminho de Roma;  
Cada mulher tem sete mulas;  
Cada mula carrega sete sacos;  
Cada saco contém sete pães;  
e para cada pão há sete facas;  
e para cada faca há sete bainhas.  
Quantos, no total, estão a caminho de Roma?”*

Isto dá a soma das primeiras cinco potências de sete:

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 19.607$$

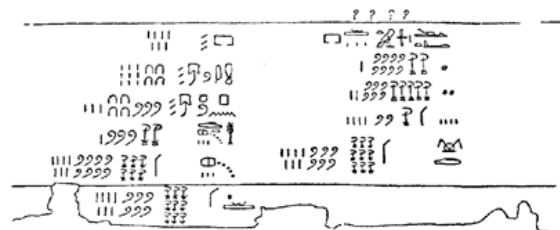
Talvez esta seja a origem de uma das canções infantis e adivinhas tradicionais da língua inglesa (encontramos num manuscrito de 1730, numa versão muito semelhante mas de ordem 9):

*As I was going to St Ives,  
Upon the road I met seven wives;  
Every wife had seven sacks,  
Every sack had seven cats,  
Every cat had seven kits:  
Kits, cats, sacks, and wives,  
How many were going to St Ives?*

(Quando me dirigia a San Ives / encontrei-me com 7 mulheres / cada mulher levava 7 sacos, / e cada saco tinha 7 gatos / e cada gato tinha sete gatinhos: / gatinhos, gatos, sacos e mulheres, quantos é que iam para San Ives?)

No papiro de Rhind é apresentado do seguinte modo<sup>1</sup>:

Problème N° 79.



« Un inventaire d'une maisonnée (?).

1	2801	7	maisons
2	5602	49	chats
4	11204	343	souris
Total	19607	2301 (sic)	épeautre
		16807	hekat
		Total	19607 »

Imagem Wikimedia Commons

Embora neste caso seja um casario com 7 casas, 7 gatos, 7 ratos, 7 espigas (de trigo ou malte), 7 sementes .

Diz-se que se faça o inventário e se contem depois as unidades totais. Nas duas colunas da esquerda é feita a multiplicação egípcia, que se resolve por meio de sucessivas duplicações. Multiplica-se 2801 por 7 (que é 2801 por [1 + 2 + 4]).

<sup>1</sup> Extraído do livro Le Temple de L'Homme de Schwaller de Lubicz, pag. 264 Edições Derby.

E o resultado final da soma das primeiras 5 potências de 7 é igual à soma das quatro primeiras mais a unidade multiplicadas por sete. O que implica um conhecimento da propriedade distributiva da multiplicação.

$$7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 = 7 \cdot (1 + 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4)$$

Aparentemente, o escriba comete um erro e, em vez de escrever 2401, ele escreve 2301. No entanto, Schwaller de Lubicz refere que isso esconde uma verdade

surpreendente oculta sobre um retângulo maravilhoso, e ao qual dedicaremos um artigo inteiro no próximo número. Porque, na verdade, o escriba no final faz correctamente a soma, e por isso não faria sentido que tivesse escrito outro número.

Chama a atenção as estruturas septenárias, sobre as quais tanto temos falado em outros artigos desta revista. Os sucessivas potências de 7 expressam a descida desde a unidade (a potência zero) até à pluralidade, nesta *Árvore da Existência* que, sendo *Una*, o tronco tem sete ramos e cada um deles sete ramos menores e assim sucessivamente. Portanto, desde o infinitamente grande ao infinitamente pequeno vai-se repetindo uma mesma Realidade, com os seus Sete Raios. Como no Hino do Atharva Veda do Tempo:

*Prolífico, de mil olhos e inabalável, um cavalo com sete rédeas, o Tempo leva-nos adiante.*

*Sábios inspirados no conhecimento sagrado, montam-no:*

*as rodas da sua carruagem são todos os mundos das criaturas.*

*Este Tempo tem sete rodas giratórias e sete cubos de imortalidade formam o eixo da carruagem.*

*Este Tempo traz até aqui todos os mundos que nos rodeiam: é invocado como Deus primordial.*

Mas também chama a atenção que se esteja a somar diferentes tipos de unidades, casas com gatos, com gatinhos e com espigas ou sementes. Contudo, é mais evidente na versão de Fibonacci, “quantos vão, no total, a caminho de Roma?”. Aqui somam-se mulheres com mulas, sacos, pães, facas, etc.

Podemos afirmar que cada átomo é uma unidade relativa, e cada molécula, por exemplo de água, é também uma unidade funcional, e cada célula é também uma unidade vital, e a totalidade do organismo, como ser vivo, também. O todo é mais do que a soma das partes, e tanto as partes como o todo são entidades, unidades, que devem somar-se. É como a doutrina do “átomo permanente” da Doutrina Secreta de H.P. Blavatsky, essa misteriosa unidade em que se resume a existência daquilo que deu vida e unidade ao corpo inteiro, e que se retira quando este morre, e o mesmo acontecerá com cada uma de suas partes, subpartes, etc. Isto explica-

se muito bem na filosofia jainista, com a doutrina dos inumeráveis e eternos *jivas*, em que uns vão dar vida a um átomo, outros a uma molécula, outros a uma célula, etc... mas a soma total é invariável.

Talvez este seja um dos significados da chamada “soma teosófica”, uma operação fácil e misteriosa que “toca a própria face dos Mistérios Maiores”, dizem os sábios.

Por exemplo a soma teosófica de 28 é  $2 + 8 = 10 = 1 + 0 = 1$ , a unidade, seria, portanto a “essência” deste número, o 28, o número perfeito, certamente, soma de todos os seus divisores.

Ou, a soma teosófica de 7 ao cubo, 343 seria  $3 + 4 + 3 = 10 = 1$ .

Isto é, estamos a somar unidades, dezenas, centenas: 3 unidades + 4 centenas + 3 centenas.

Ou seja, existe um conjunto de 3 unidades (o conjunto das unidades), outro de 4 dezenas (o conjunto das dezenas) e outro de 3 centenas (o conjunto das centenas), e cada um deles, sendo um conjunto, é também um “ente” regido por um princípio, sombra de um Arquétipo ou Ideia, que é o número que elas mesmas representam, e que, por outro lado, neste caso, se trata de unidades, dezenas ou centenas. E, portanto, cada conjunto adiciona como unidade cada uma das potências de dez (sejam essas unidades, dezenas ou centenas), e essa unidade surge da ideia que lhe dá origem. Os próprios egípcios representavam cada uma das potências de dez com um símbolo diferente.

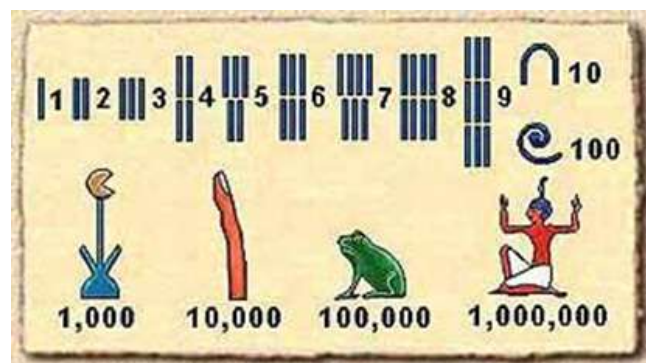


Imagem Creative Commons

Penso que tudo isto está veladamente implícito no problema do papiro de Rhind e nas suas diferentes variantes. E, embora para nós, não faça plenamente sentido somar como iguais, as casas e as pessoas que vivem nelas, há uma espécie de lógica que transcende isto mesmo.

Em suma, como diz Hamlet a Laertes, que o ouve estupefacto:

*“Existem mais coisas entre o céu e a terra do que aquelas que sonhas na tua filosofia”.*



# MATEMÁTICA SAGRADA NA DIVINA COMÉDIA DE DANTE

Por José Carlos Fernández

Escritor e director da Nova Acrópole Portugal



Inferno, Joseph Anton Koch, 1825-28. *Creative Commons*

Giovanni Bocaccio na sua belíssima biografia de Dante Alighieri, no capítulo sobre a sua educação, diz:

“E dando-se conta de que as obras dos poetas não são vãs nem simplesmente fábulas ou maravilhas, como pensa a estulta multidão, senão que nela se encontram os doces frutos da verdade histórica e filosófica (motivo pelo qual a intenção dos poetas não pode ser entendida completamente sem um conhecimento de história, de moral e de filosofia natural) elaborou uma sensata divisão do seu tempo e esforçou-se em aprender história pelos seus próprios meios e filosofia sob a tutela de vários mestres, o que conseguiu com prolongado estudo

e esforço. E arrebatado pela doçura em conhecer a verdade das coisas divinas e não encontrando na vida nada que lhe fosse mais querido, pôs completamente de parte todas as outras preocupações, consagrando-se por completo à sua demanda. E para que não deixasse qualquer parte da filosofia sem investigar, a sua mente sagaz examinou as profundezas mais ínfimas da teologia. E o resultado não ficou muito distante da intensão. Insensível ao frio e ao calor, com jejuns e vigílias, e no meio de qualquer outro tipo de aspereza física, acabou por conhecer graças a um estudo assíduo, tudo o que inteligência humana pode conhecer da essência divina e dos anjos. E como nas várias etapas da sua vida estudou

os diferentes ramos do conhecimento, deste modo continuou os seus diversos estudos sob a direção de diversos mestres.”

O que diz implica que estudou a fundo as disciplinas do Trivium (Gramática, Retórica e Dialética) e Quadrivium (Aritmética, Geometria, Música e Astronomia).



Deus como criador geômetra do Universo, ideia muito presente no Quadrivium. *Domínio Público*

Recordemos que estas disciplinas, e seguindo a filosofia platónica, estavam desenhadas para elevar a consciência humana ao plano dos Ideais, abrindo o olho da alma a esta dimensão do inteligível. Isto é, permitiam conjugar e viver a chave que faz irmãos todos os outros conhecimentos, afirmar o sentido e lei de analogia que nos permite penetrar no mistério. O objectivo não era simplesmente aumentar o conjunto dos nossos conhecimentos, mas também ir desvelando cada vez mais claramente as certezas, como estrelas, no “Tudo está em Tudo” dos magos e alquimistas. Repito, o objetivo, que seria coroado após a morte, deixando as roupas velhas que nos atam aos sentidos, era voltar às “estrelas do Real”, pois tudo o que existe é filho de uma Estrela (não as do céu sensível), de uma Verdade infinitamente simples, o desenvolvimento do seu “fio de vida” nos caminhos do espaço, do tempo e da causalidade.

Não seria Dante alheio a este mistério, como o insinua várias vezes na sua Divina Comédia. Além disso, para o confirmar, o último verso da cada parte (ou seja, Inferno, Purgatório e Paraíso) termina, como nos recorda Boccaccio, com a palavra “estrelas”.



Há uma relação entre as Estrelas, os Deuses ou Arquétipos, as Monadas, os Átomos e os Números, e a Matemática que se expõe de modo aberto ou oculto, encriptado, na Divina Comédia é uma Matemática Sagrada.



Esquema do Purgatório da Divina Comédia de Dante

Vejamos alguns exemplos e simetrias:

O triângulo, figura geométrica que alude à Santíssima Trindade (ou seja, o Fogo Divino) e o número 3, que é o seu fundamento aritmético, aparecem continuamente na obra que está dividida em três partes, de 33 cantos cada uma, aos que se somam um de introdução. A soma total é então de 100 cantos, o número da perfeição, do desenvolvimento vivo e no todo da Unidade.

Os versos, hendecassílabos, dançam também de 3 em 3, com uma rima entrelaçada, ABA BCB CDC, etc., ou seja, tercetos entrelaçados ou terza rima, que Dante diz ter inventado, em estrofes de 10 versos.

A respeito da importância do 10, recordemos que resume a Tetractis e fecha um ciclo. Na Matemática Sagrada diz-se que está completo tudo o que chega ao estado quatro da sua realização (por exemplo, Fogo, Ar, Água e Terra) dado que cada elemento se soma aos anteriores e assim dizer 4 é como dizer 10. Sendo 10 (1+2+3+4) o número triangular por excelência (junto com o 3 ou o próprio triângulo).

Dez são, também, as esferas celestes (as 7 dos planetas, a 8 correspondente às Estrelas fixas, a 9 à do Primeiro Móvil, e a 10 o Empíreo ou Luz pura de Deus) sobre as que reinam as hierarquias angélicas, também dispostas em torno do Ponto Central ou Deus.

Como reflexo invertido, 9 são os Infernos, sendo o centro imóvel a massa pétrea da Terra, para onde tende toda a gravidade do material, o décimo invertido. Ou talvez o décimo seja a antessala, onde moram os que não deixaram pegada no mundo, nem infâmias, nem mérito algum, que correm sem descanso picados por insectos, os das obras por realizar.

Inclusivamente, o Purgatório também está dividido em dez, sete para redenção e purificação dos pecados capitais, dos ante-purgatórios e o Paraíso Terrenal ou Éden onde viveram de forma pura os primeiros pais, já aberto ao Paraíso Celestial.

Como já temos visto em vários artigos, um dos grandes segredos matemáticos da antiguidade foi a chamada Divina Proporção, que Platão define como a relação entre



duas partes de um segmento de modo que a relação entre a menor e a maior seja equivalente à da maior e o segmento inteiro.

Já sabemos que este Número ou Proporção,  $\varphi = 0,618...$  e a sua inversão, 1,618 (a relação entre a parte maior e a menor, entre o todo e a parte maior).

Ainda que este segredo – como nasceu, a equação, qual o seu significado matemático filosófico – devia estar reservado a um círculo restrito, mas não a sua aplicação em geometria como vemos continuamente nas catedrais góticas, por exemplo.

No artigo “Números na Comédia” de Marcos Perilli, o autor aplica a mesma proporção ao número de cantos da obra e também em cada uma das partes obtendo um resultado realmente surpreendente.

Os 100 Cantos, multiplicados por 0,618, dá-nos o canto 61.8, ou seja, os últimos parágrafos do 61. E é exatamente, quando Virgílio, no Purgatório, anuncia a separação com Dante.

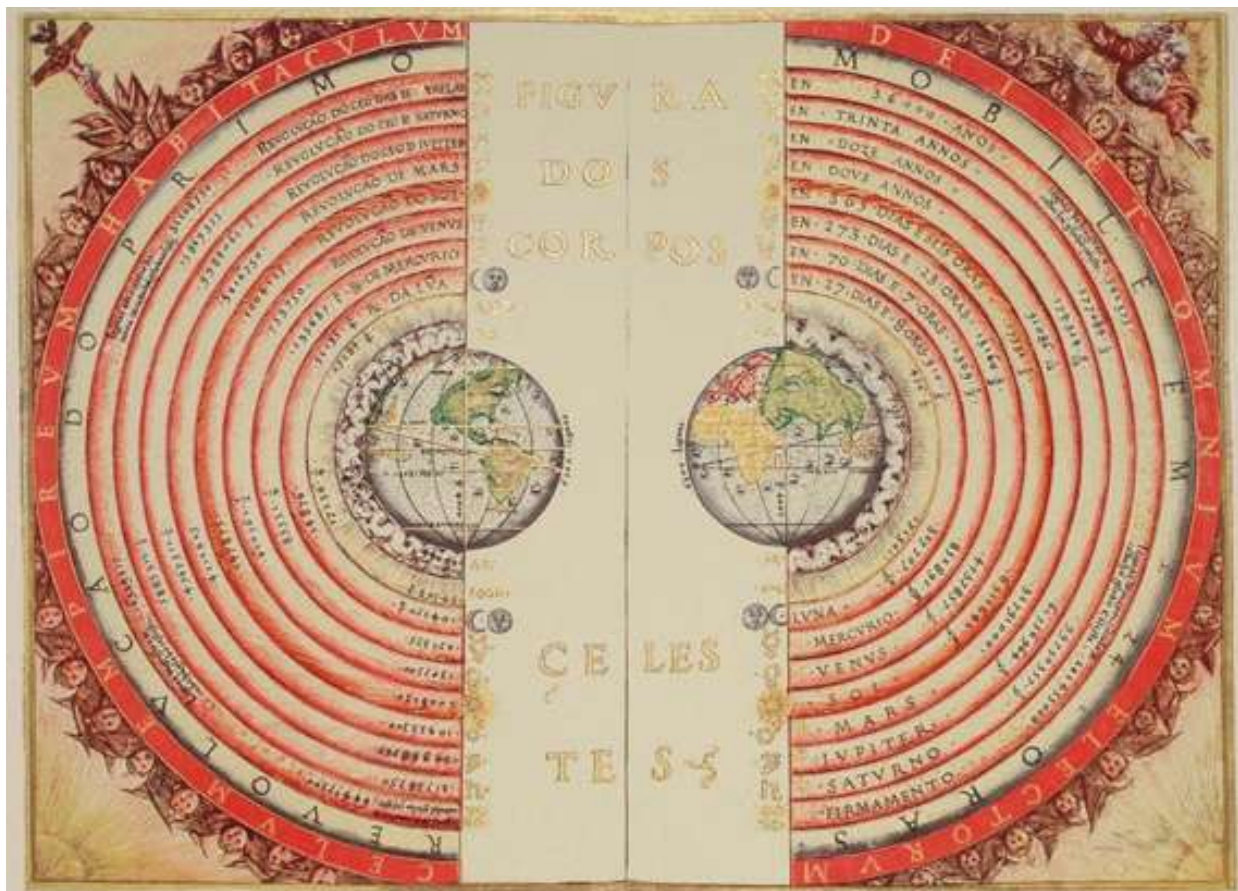
Literalmente:

*“Não esperes minhas palavras, nem conselhos  
Já; são e recto é teu arbítrio,  
e seria um erro não obrar o que ele te diga:  
e por isto te mitro e te coroo”.*

Se entendermos que Virgílio, como Mestre-Guia representa a Mente Superior ou a Razão Humana (Manas) e Beatriz a Alma divina (Budhi), é um ponto de viragem muito importante. Virgílio guiou-o pelo Inferno e pelo Purgatório. Como muito bem explica o autor do artigo:

“A chave está nos cantos contínuos: foi a despedida de Virgílio, a última sentença que a razão expressa. O tema do livre-arbítrio é central na Comédia; e é central no sentido geométrico do plano. A razão humana, a filosofia, o juízo que se aperfeiçoa, são o processo que leva a alma a conhecer-se a si mesma e, por fim, portanto, a preparar-se para a viagem transcendente: Virgílio vai-se, chega Beatriz, a teologia, o caminho imaterial para o céu. O ponto áureo do poema coincide com esta transição: da filosofia à teologia, da razão humana à razão divina, do corpo ao espírito, da terra e da água ao ar e ao fogo”.

Aplica de novo esta proporção no livro do Inferno, e surge o parágrafo em que se revela como este se quebrou antes da chegada do Salvador, é a fenda que marca o seu caminho. Outro ponto de viragem é o da luz divina de Cristo entrando no Inferno e destruindo-o, abrindo o caminho para o Céu.



Estrutura geocêntrica do Paraíso de Dante. Domínio público

Aplica-o depois aos 33 cantos do Purgatório dando 20 que indica o tremor, um terramoto, quando uma Alma é salva, que dele sai e é recebida no Paraíso, outro ponto de viragem.

E de novo aplica a secção áurea no Paraíso, que também surge no canto 20, onde se explica como se salvam, milagrosamente e contra todo o prognóstico as almas de alguns pagãos por interseção divina, por exemplo, a de Trajano.

Tal como vemos no “homem de Vitruvius”, a Proporção de Ouro, aplicada às diferentes partes e subpartes, vai marcando as articulações. Dante aplica-a a vários cantos e coincide com o fim ou princípio de uma história. Por exemplo, no Canto 34 do Inferno, o verso que coincide com a proporção áurea é quando Virgílio sai do Inferno e faz que Dante saia de lá.

*“Todos os exemplos apontam ao clímax narrativo ou ao nó conceptual de cada canto. O princípio é ativo no conjunto e nas partes, é norma de uso, ferramenta inteligente para traçar a geometria do mais além, a estrutura pensada como ideia, como trama e conteúdo.”*

Explica também que o verso que exatamente se encontra no centro da obra completa diz:

*“se chora; e agora quero que conheças”*

É o verso número 7117 (de entre os 14.233 da obra). Que está no terceto:

*“Este triforme amor aqui debaixo*

Se chora; e agora quero que conheças,

*O que corre até ao bem corruptamente.”*

Que é o coração filosófico da obra, pois diz Dante que a essência da natureza é o Amor, que simplesmente flui até ao terrenal e instinto de conservação, ou até ao celeste. Quem o determina é o livre-arbítrio de cada um.

Vejamos algumas simetrias mais que aparecem no dito artigo o qual recomendo a sua leitura, pois aqui simplesmente esboçam-se algumas ideias básicas.

*“O nome de Virgílio aparece 32 vezes, o nome de Beatriz, 64 vezes. Virgílio está presente em 64 cantos, Beatriz em 32 cantos”.*

A palavra “virtude” aparece 64 vezes.

Logo sendo o 6 o número da Justiça (as seis faces de um cubo perfeito, ou o duplo triângulo Fogo-Água) o Canto 6 do Inferno trata da situação política em Florença; no

Purgatório, idem, na Itália inteira; e no Paraíso, idem, a história do Império Romano.

Outro número muito importante é o DXV dos versos. Depois de explicar a corrupção da Igreja e a sua rivalidade com o Império, um gigante, diz que:

*Em que um quinhentos (D), um dez (X), um quinhentos (V)*

*Enviado de Deus, à rameira*

*Matará o gigante com quem peca.*

*(Purg., XXXIII, 43-45)*

Diz-se que representa o DUX, um imperador arauto da vontade divina, que trará de novo a concórdia e a unidade a todos.

Sobre todos os valores, significados e alusões de este DXV, o pintor, escritor e especialista em Matemática Sagrada, Lima de Freitas (1927-1998) escreveu um livro, “515, o Lugar do Espelho”.

Ainda que o número que subjaz é o 10, ou o 100, como símbolos da Unidade desenvolvida, o que organiza a estrutura da natureza e a vida é o 7, como temos analisado já muitas vezes. Isto mesmo vemos na Divina Comédia:

Os 7 pecados capitais com os seus lugares de castigo próprios no Inferno.

As 7 divisões do Purgatório, em que as almas se purificam destes pecados (os 7 P's na frente de Dante, que são gravados ao entrar no Purgatório e que um anjo vai apagando à medida que vai ascendendo pela sua montanha de purificação).

As 7 damas que rodeiam o Carro tirado pelo Grifo e que representam as 7 virtudes (incluídas as 4 cardeais de Justiça, Prudência, Fortaleza e Temperança; e as 3 teológicas de Fé, Esperança e Caridade).

Os 7 Planetas e as 7 primeiras esferas associadas, no Paraíso.

Como bem diz o autor do artigo mencionado:

*“O 7, na Idade Média, é o número que ordena e organiza os sistemas, toda a articulação do pensamento”.*

Na Idade Média, seguindo o pensamento aristotélico da matéria e da forma, esta última é a alma, o espiritual de qualquer existência (que é, existência, precisamente, onde a matéria e a forma convergem). Mas a Forma não é apenas o perfil visual de algo, mas a sua alma, e, portanto, as qualidades e propriedades derivadas dela, e estas derivam, em última instância, de números.





Dante e Beatriz encontram dois grupos de doze sábios na Esfera do Sol. Domínio Público

Diz Dante, na sua Divina Comédia:

*“Em tudo quanto existe há uma ordem, e esta é a forma pela qual o universo é semelhante a Deus. Aqui veem as altas criaturas o molde do eterno valor, o fim em que a referida forma é feita.”*

*reservada, pois o dardo previsto fere com menos força.”*

De este modo, as almas desvinculadas do seu contacto com a carne e a matéria grosseira são, como dizia Marco Aurélio, esferas perfeitas (mentalmente somos ovos de vida, tal é a forma da nossa aura em que se reflete a nossa existência de pensamentos e estados de consciência), ou pontos luminosos, os mesmos em que as fadas se fazem muitas vezes presentes.

Assim vê Dante, no Paraíso, na esfera de Saturno, os espíritos contemplativos:

*“Voltei os olhos como ela quis [Beatriz] e vi cem pequenas esferas que se embelezavam umas às outras com os seus respetivos raios.”*

E a respeito da forma, ainda não no Paraíso, Dante sente-se como uma pirâmide, como um tetraedro, firme e flamejante, bem como o fogo que esta forma representa:

*“Oh, minha querida planta, que te elevas tanto, que olhando o Ponto a quem todas as coisas são presentes, vês as coisas contingentes antes de serem elas mesmas, como veem as inteligências terrestres que dois ângulos obtusos não podem caber num triângulo! Enquanto acompanhado por Virgílio subi a montanha onde as almas se curam e quando baixava pelo mundo dos mortos, disseram-me coisas graves acerca da minha vida futura, e ainda que me considere um tetrágono diante dos golpes da desgraça, quisera saber qual é a sorte que me está*



La Divina Comédia. — Eup. 82<sup>a</sup>

Dante e Beatriz veem Deus como um Ponto de Luz rodeado de anjos. Domínio público

Deus, que é o que irradia a essência ou Luz Divina Absoluta de que estão feitas todas as formas, é, para Dante, “a Igualdade Primeira”, ou seja, aquele em que tudo é unidade, ou a unidade da que tudo é. Diz:

*“Desde que a Primeira Igualdade se tornou evidente, o afecto e a inteligência têm um peso igual em cada um de vós, porque nesse Sol, que vos ilumina e vos queima com a sua luz [sabedoria] e calor [amor] são tão iguais nessa virtude que toda a semelhança é pouca.”*

O no Canto 28 do Paraíso que vê a Deus como Ponto Único e Infinito. E é lógico que seja neste lugar, e no nono céu, o Primeiro Móbil. O Canto é o 28 porque este número é um número perfeito (ou seja, aquele que é a soma dos seus divisores, neste caso 1, 2, 4, 7, 14). Este Ponto Único é a melhor forma de simbolizar Deus, ainda que não fique claro, na minha opinião se é ou não é Deus, dado que este é percebido no final como a Santíssima Trindade, como 3 Círculos entrelaçados pela Luz divina. Todas as hierarquias angélicas giram ao redor de este Ponto e de Ele recebem a sua luz e o seu poder. É um Ponto, como nas tradições orientais para representar o mistério da Divindade, cujo movimento é perpétuo. Recordemos os ensinamentos da Doutrina Secreta de Blavatsky em que se representa Deus como um “Ponto voltado sobre si mesmo”, ou como um Perpétuo Movimento (chamado precisamente “o Grande Alento”). Ou a dos pitagóricos, Nicolás de Cusa, Giordano Bruno e Espinosa, em que Deus é uma circunferência cujo centro está em todas as partes.

Em torno de esse Ponto giram círculos de fogo, tanto mais rápido quanto mais estão perto dele. Estes círculos são e dão vida aos querubins, serafins, tronos, domínios, virtudes, potestades, arcanjos e anjos.

Dante diz que “de este Ponto depende o Céu e toda a natureza”. As esferas celestes copiam em velocidade inversa, os círculos de fogo dos Poderes dirigentes que giram em seu torno. Nas esferas, até chegar ao Primeiro Móbil, na nona, cada vez são mais rápidos, aqui é ao contrário, quanto mais perto estão do Ponto, mais rápido giram, segundo diz:

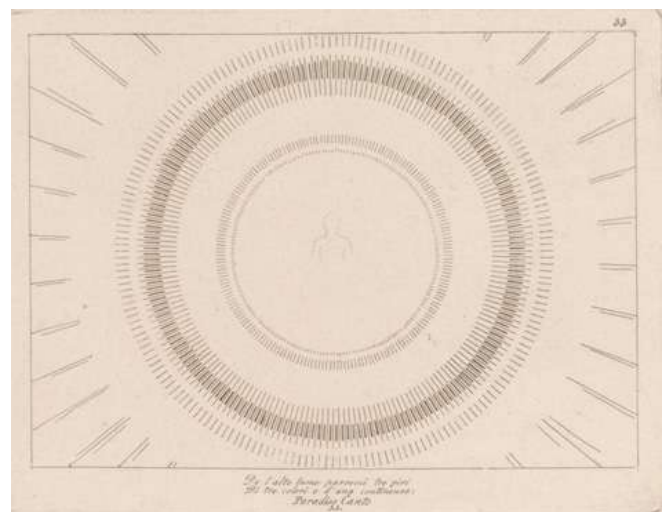
*“Vê aquele círculo que está mais próximo dele, e sabe que o seu movimento é tão rápido por causa do ardente amor que o impulsiona.”*

Dante vai referindo as sucessivas formas da Geometria Sagrada que são a expressão da unidade e figuram os números, e que representam o Divino até chegar ao Fogo que seria o Tetraedro:

1. Ponto Central num Círculo
2. Deus como Diâmetro, como a letra I (que é Jod, o 10 hebreu ou o jota, o 10 grego, ainda que também

pode representar o I, o uno romano). Falando Adão a Dante, diz: “Antes de que eu descesse às angústias infernais, se dava o nome de I ao Sumo Bem de quem procede a alegria que me circunda”. Este mesmo Diâmetro é o Rio Divino de Luz do Canto 30 do Paraíso: “E vi em forma de rio uma luz áurea que se desprendia em esplêndidos fulgores entre duas bordas adornadas de admirável primavera. Deste rio saíam vivas centelhas que por todas as partes choviam sobre as flores, parecendo rubis engastados em ouro.”

3. O Duplo Diâmetro no Círculo que é o símbolo que irradia a coragem e a virtude no quinto Céu e que ele associa a Marte: “O Venerável signo que produz a intersecção dos quadrantes num círculo”.
4. Também associado com o 3, Deus como Santíssima Trindade (Pai-Filho-Espírito Santo), que diz que é absolutamente incapaz de descrever na sua glória e refulgência; e com a que finaliza a Divina Comédia. “Na profunda e clara substância de alta luz apareceram-me três círculos de três cores e de uma só dimensão. O uno parecia refletido pelo outro como um Iris por outro Iris, e o terceiro parecia fogo refletido por ambos por igual.”



Os Três Círculos da Trindade, ilustração de John Flaxman, Canto 33.

Domínio público

5. O Tetraedro ou expressão geométrica do fogo, e com o qual se identifica, como antes dissemos.

Também é interessante no Canto 28 do Paraíso como o Fogo Divino se espalha na Natureza, numa escala descendente, como num sistema de espelhos, seguindo o processo de potencialização. E em concreto da potência crescente do 2. Já que se usa como exemplo o xadrez com as suas 64 casas. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128... “Começaram a faiscar os círculos, como chispa de ferro incandescente, e aquele centelha, parecia um incêndio,

era imitado por cada chispa por si, sendo estas tantas, que o seu número se multiplicava mil vezes mais que o produzido pela multiplicação das casas de um tabuleiro de xadrez.”

Vamos ver que as operações do 4 e do 3 são fundamentais na Matemática Sagrada e na Divina Comédia.

$$4 + 3 = 7$$

$4 \times 3 = 12$  (os signos do zodíaco, os sábios na esfera do Sol, dois grupos de 12)

$43 = 64$  (Número de vezes que aparece o nome de Beatriz e a palavra “virtude” na Divina Comédia ).

E como diz Thomas Rendall no seu artigo *The Numerology of Dante's Divine Vision*, mais importante ainda é o número 34, ou seja, o 81 (9 x 9). Explica que este, o verso número 81 do canto 33 do paraíso (o final do livro), é onde culmina a aproximação do poeta a Deus, e não deve ser casualidade, pois o verso indica esta fusão da sua alma-luz-olhar com Deus:

*“Pela intensidade do vivo raio que suportei sem cegar, creio que me tivera perdido, se eu tivesse separado os meus olhos dele; e recordo que por isto fui tão ousado para suportá-lo, que uni o meu olhar com o Poder infinito.”*

*E' mi ricorda ch'io fui pi`u ardito*

*per questo a sostener, tanto ch'í' giunsi*

***l'aspetto mio col valore infinito***

*(verso 81 do Canto 33)*

E ainda que, depois da sublime visão desta Divina Comédia, retornará aos seus trabalhos na terra dos mortais, neste Infinito consumou a sua união definitiva com Beatriz e não só, mas também com a Alma de tudo o que vive n'Ela e em Deus e cuja suma expressão é a Rosa Mística.



# OS NÚMEROS E A VIDA QUOTIDIANA

Por M<sup>a</sup> Ángeles Castro Miguel



Imagem *Creative Commons*

A nossa vida quotidiana está regida por números. Por exemplo, medimos o tempo com o relógio e adaptamo-nos a essas medidas.

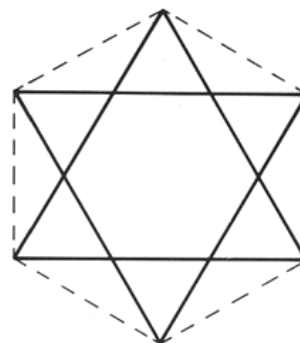
Começemos pelas horas. Segundo o sistema sexagesimal, que é o que normalmente usamos para medir o tempo, as horas compõem-se de 60 minutos e os minutos de 60 segundos. Pitágoras dizia que qualquer número pode ser reduzido à sua última expressão, à sua essência, efectuando a soma dos factores que o compõem e por esse motivo é chamada *soma pitagórica*. Desta forma:

$$60 = 6 + 0 = 6$$

Ou seja, a nossa vida, em certo sentido, rege-se pelo número 6.

Considerando a tradição filosófica, que significado podemos extrair para o número 6?

Segundo Platão, no *Timeu*, todas as formas geométricas derivam do triângulo, são combinações de triângulos. O número 6, como ente ou ser, expressa-se no mundo das formas como um hexágono. E o hexágono pode ser considerado como uma combinação de dois triângulos, como podemos ver na seguinte figura:



## NÚMEROS

Nesta figura, podemos ver representada a estrela de seis pontas ou Estrela de Salomão, que filosoficamente representa o Macrocosmos.

Desta forma, podemos ver como tudo está no todo, e a aparente casualidade que nos rodeia reflecte uma ordem matemática universal.

O dia tem 24 horas. Se calcularmos a soma pitagórica de 24:

$$2 + 4 = 6$$

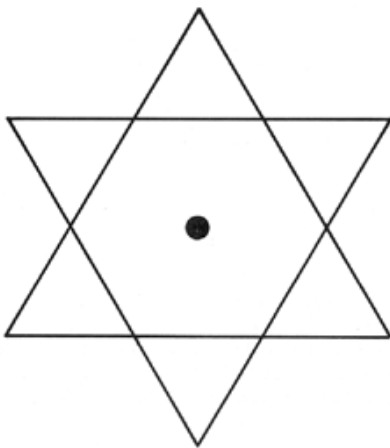
Encontramos o número 6 novamente num ciclo tão comum e próximo de nós, quanto é o dia.

Na chave humana, o número 6 está relacionado com uma fase evolutiva superior à que a actual humanidade possui. Naquela fase, o ser humano teria acesso à intuição ou ao conhecimento directo das coisas. Conhecimento sem o discurso necessário para a mente e que actua como intermediário entre o conhecedor e o objecto conhecido, distanciando-os de alguma maneira. Através do recurso da intuição abrir-se-ia o acesso à essência das coisas.

O ciclo temporal seguinte, também muito presente na nossa vida, é a semana. A semana divide o nosso horário em sete partes que vão-se repetindo. Forma uma unidade para o desenrolar do nosso tempo, um ciclo.

A semana tem 7 dias e isto leva-nos a reflectir sobre o número 7.

O número sete reflecte-se na seguinte figura geométrica:



É a mesma figura com que representamos o número 6, à qual, adicionamos, porém, um centro, uma origem comum a ambos os triângulos, uma síntese. Reflecte um ciclo completo, que representa a classificação ou estrutura septenária da Natureza na fase actual do planeta Terra, segundo disse Jorge Angel Livraga no seu livro "Introdução à Sabedoria do Oriente".

Sete são os dias da semana, as notas musicais, as cores básicas... inclusivamente as "partes" do ser humano são sete, de acordo com o mesmo autor atrás citado e segundo H. P. Blavatsky na sua obra "Doutrina Secreta". Encontra-se também esta referência num papiro egípcio conhecido como o Papiro de Ani, onde as "partes" atrás mencionadas são simbolizadas pelos seguintes elementos:

- **Etereo-Físico (matéria e forma):** representado por um cubo achatado de baixo da barra horizontal da balança e está coroadado com uma cabeça humana.
- **Vital ou Energético:** representado por uma jarra vermelha ou um coração que está pendente do extremo esquerdo da vara horizontal da balança.
- **Psicológico:** representado por uma figura humana situada entre o prato esquerdo da balança que sustem o Coração e a coluna vertical do instrumento.
- **Mente concreta ou dual e Mente Pura:** representadas por um par de figuras femininas que estão situadas à esquerda do prato da balança que sustem o coração. A mente concreta é a que actua comparando os opostos e está influenciada pelo desejo. A mente pura é aquela mente altruísta que está desapegada dos interesses mundanos.
- **Intuição:** representada por um pássaro, uma mistura de andorinha e falcão, com cabeça humana, que tem a propriedade de poder colocar-se acima das coisas concretas. Sobre a intuição já falamos anteriormente.
- **Vontade:** representada pela figura da esquerda, que precede a da Deusa Isis. É a parte mais elevada do ser humano e por isso tem o mesmo tamanho que as representações dos Deuses. Recordemos que, segundo H. P. Blavatsky, no final do caminho todos os seres serão *a gota no Oceano, a faísca no Fogo*.

Informação muito mais detalhada sobre estas partes do ser humano, descritas no papiro de Ani, pode ser encontrada no livro Tebas, de Jorge Ángel Livraga.

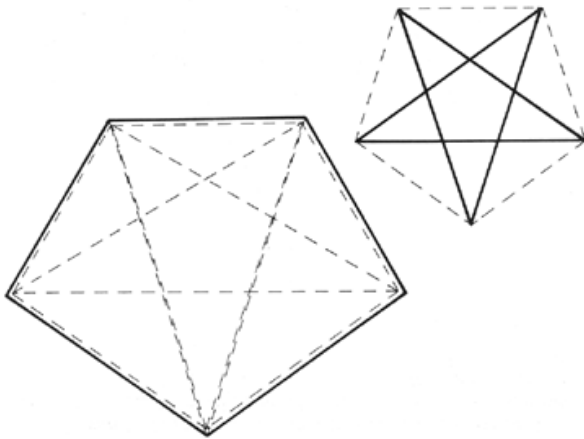


Outro ciclo importante para nós, é o ciclo anual. O ano tem 365 dias. Se fizermos novamente a soma pitagórica:

$$365 = 3 + 6 + 5 = 14$$

$$14 = 1 + 5 = 5$$

Aqui encontramos outro número, o cinco de significado especial para o ser humano que reflecte-se nas seguintes figuras:



Temos o pentágono e a estrela de cinco pontas. De novo, podemos observar a combinação de triângulos.

Sobre esta figura, Jorge Ángel Livraga disse:

*Esta figura é filha do número cinco e representou, nos Antigos Mistérios, o Microcosmos, ou seja, o Homem, e foi chamada na Liturgia Hebraico-Cristã, Estrela de David.*

Introdução à Sabedoria do Oriente

Também encontramos o número cinco relacionado com o Quinto Elemento ou Éter do qual nos falam grandes filósofos como Platão, H. P. Blavatsky, Jorge Ángel Livraga e outros e que, na chave humana, estaria relacionado com a mente pura, livre de egoísmos, da qual já temos falado. Alcançar esta mente pura livre de apegos, está evidentemente no futuro, considerando o estado actual da humanidade. Atingir este objectivo significaria completar um ciclo, que não sendo o mais elevado, seria, porém, o próximo passo da evolução da humanidade.

Segundo o *Kybalion*, o universo é mental. Porém o universo está manifestado materialmente e, como tudo o que é manifestado, é um ser em evolução. Também para o seu autor, (*Hermes Trismegistus*) existe este Quinto Elemento, chamado Aether por H. P. Blavatsky.

H. P. Blavatsky disse que:

*O Éter é o quinto dos sete Princípios ou elementos cósmicos, que por sua vez tem sete estados, aspectos ou princípios.*

Glossário Teosófico

*O Éter positivo, fenomenal, sempre activo, é uma força-substância; enquanto o omnipresente e omnipenetrante, Aether é o númeno do primeiro, ou seja, o Akasha".*

Glossário Teosófico

O Universo é a expressão da Vida. Todo o Universo está vivo e todo o ser vivo é uma unidade perfeitamente ordenada, matematicamente ordenada. Esta ordem manifesta-se desde o mais alto (da maior perfeição)

## NÚMEROS

até ao mais baixo e está sempre presente, mesmo nas situações aparentemente mais casuais da vida quotidiana.

Os números, segundo a tradição filosófica, são entes arquetípicos, ideias, seres vivos que se reflectem no mundo manifestado de uma determinada maneira, numa forma geométrica que corresponde ao seu “corpo” e que nós representamos por determinados caracteres. Por isso, em determinadas religiões são representados por Deuses. Os números permeiam tudo.

Outro número, outra ideia que usamos muito na nossa vida quotidiana é o conceito de uno. E, de facto, nós o tornamos compatível com a multiplicidade sem nenhum problema. Dizemos: tenho uma família. Esta simples frase implica várias coisas. Vejamos; primeiro que eu sou um. Contudo, eu estou composto de muitas “partes”. Para além de ter vários órgãos, aparelhos e sistemas, posso ter diferentes formas de comportamento que dão lugar a vários eus. Não obstante, considero-me uno: eu. Também assim, a minha família é uma apesar de ter vários membros.

Também o meu trabalho é um, ainda que tenha muitas facetas.

Tudo isto corresponde ao ser, à ideia do Uno.

Filosoficamente, o Uno é Aquilo de onde tudo provem, a origem de tudo, na sua chave mais elevada, O Real, também chamado Uno sem Segundo. Porém, quando surge a manifestação, esse Uno produz reflexos e é então que aparece a multiplicidade, sem que Ele deixe de ser o que era, o que é e será: o UNO. Da mesma forma que a família, o ser humano ou o trabalho tem vários componentes sem deixar de ser um.

Estas ideias são uma pequena amostra da influência que os números têm na nossa vida quotidiana. Porém, cada um pode reflectir e aprofundar de como os números influenciam a sua própria vida e perceber que o universo é matemático, que a ordem matemática rege todos os processos e que, quando esta ordem se rompe, é porque não estamos agindo de acordo com a natureza. Então, surgem as “catástrofes” que nos devolvem ao caminho abandonado. É a conhecida Lei do Karma que nos devolve a ordem perdida.

Aprofundar esta ordem matemática natural do universo é aprofundarmos a Vida, é aproximar-se de Deus, a esse mencionado UNO que, sem deixar de ser, é a causa de outros “Unos” que são parte Dele.

Esta ideia de união com o UNO, foi expressada por H. P. Blavatsky, com toda a clareza, quando indicava como mencionamos antes que no final do caminho voltaremos a ser a gota no *Oceano*, a *chispa no Fogo*. Se bem que ela também deixe claro que o final do caminho volta a converter-se no começo de um outro novo caminho, eternamente, qual coração que jamais deixa de pulsar.

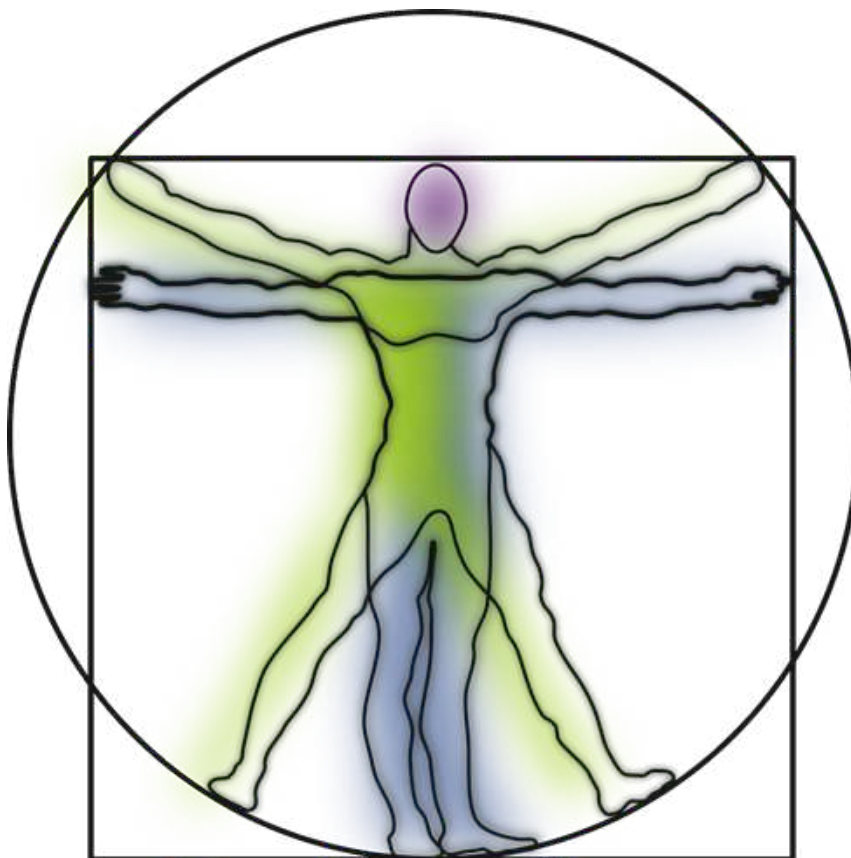
### Bibliografia:

- Introdução à Sabedoria do Oriente*, Jorge Ángel Livraga.
- Timeu*, Platão.
- Tebas*, Jorge Ángel Livraga.
- Glossário Teosófico*, H. P. Blavatsky
- A Doutrina Secreta*, H. P. Blavatsky



# OS NÚMEROS E A ENTROPIA/SINTROPIA

Por João Porto



O Homem Vitruviano, Pixabay

Por definição a entropia é uma grandeza termodinâmica que mede a desordem de um sistema e está relacionada com o seu grau de organização ou da previsibilidade da informação que define esse sistema. Quanto maior a desordem do sistema, maior a entropia e vice-versa.

Considera-se geralmente a entropia como um processo espontâneo, natural e nem sempre irreversível seja no sentido de aumento da desordem ou da ordem, ou seja, da variação da entropia ( $\Delta S$ ) respectivamente no sentido positivo ou negativo, neste último caso designada por negentropia ou sintropia, princípio simétrico da entropia que contribui para a organização de um sistema e se opõe à perda ou degradação de energia.

Esta ideia poderá expressar-se por  $\Delta S = S_{\text{final}} - S_{\text{inicial}}$ , onde se  $\Delta S > 0$  a entropia aumenta, se  $< 0$  a entropia

diminui, sendo que a variação da entropia é directamente proporcional à variação da energia dada pela temperatura ou pela agitação e movimento das partículas, isto significa que a temperaturas mais baixas o movimento/agitação, a informação e a energia, serão menores.

Qualquer sistema funciona com as duas componentes – entropia e sintropia. Por exemplo no âmbito biológico temos o anabolismo e o catabolismo dos processos metabólicos, um reponde e o outro destruindo. É o ciclo *Sattva*, *Tamas* e *Rajas* dos Gunas da filosofia védica.

$\Delta S$  define assim a dinâmica dos sistemas abertos porque considerando o Universo como sistema fechado a entropia será sempre maior que zero e irreversível. A sua origem confirma o desiderato: nascido do vácuo quântico, a sua história até hoje, 13,8 mil milhões de



anos depois, tem sido feita de sucessos e retrocessos, de organização e destruição, na sua crescente expansão caminhando para o zero absoluto, recriando a sua condição inicial.

A palavra entropia vem do grego “en”, que significa “em” e “tropêe”, que é “mudança”. Esta mudança feita de organização para subsequente dissipação de energia, experiencia a criação de sistemas e de seres complexos num processo evolutivo imparável e irreversível em diversas dimensões da Constituição Septenária. O  $\Delta S < 0$  é sempre momentâneo porque se processa numa dimensão temporal conferida pela omnipresença do campo quântico do Bosão de Higgs – o *Anthakarana*.

Estamos a relacionar já diversas componentes em torno do conceito de entropia/sintropia: informação, temperatura, energia e organização relacional de sistemas.

A informação e a entropia/sintropia ligada aos sistemas cibernéticos representa a tendência para a autodestruição e degradação dos sistemas, sobretudo dos não evolutivos, e por outro lado a estruturação algorítmica e programática. O equilíbrio entre os dois significa a duração de vida do sistema e a evolução da inteligência artificial que actualmente ganha terreno com a computação quântica. Contudo o conceito de informação ultrapassa os sistemas cibernéticos se pensarmos que todos os sistemas tridimensionais, desde os campos quânticos no âmbito do microcosmo até aqueles que constituem o macrocosmo manifestado, são passíveis de serem traduzidos em referenciais de volume, massa, simetria, carga e resistência eléctrica, densidade, pressão, etc.

Esses referenciais conhecidos como grandezas físicas, relacionam e assumem valores e constantes universais como se plasmassem ou cristalizassem “configurações” organizadas de informação sem os quais não existiriam. É assim que o Diagrama de Enzo Tonti classifica cada variável física como tendo uma associação bem definida com um elemento do espaço e do tempo, como mostra a Figura 1.

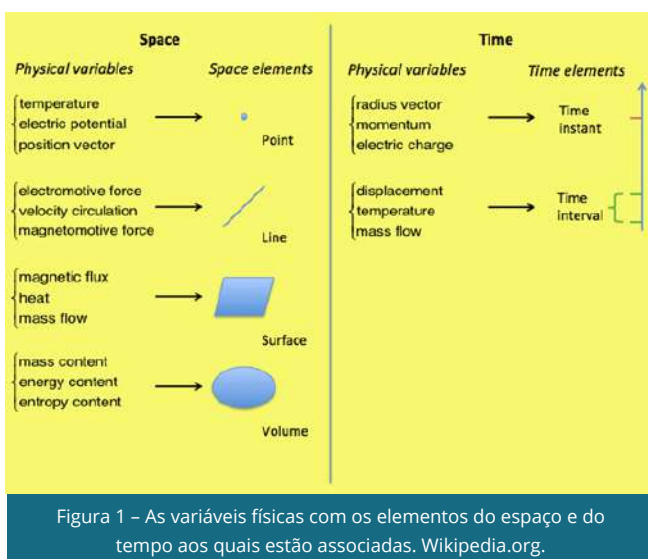


Figura 1 – As variáveis físicas com os elementos do espaço e do tempo aos quais estão associadas. Wikipedia.org.

Estes atributos quantitativos dos sistemas, reflectidos pelo Diagrama de Tonti originam as quantidades físicas relacionadas com o espaço e o tempo, sejam escalares, vectoriais ou tensoriais, sejam quais forem as teorias físicas e qualquer que seja a sua natureza matemática.

Todo sistema físico, mesmo um campo quântico, assume uma “configuração” própria, descrita por variáveis de configuração, variáveis de fonte e variáveis de energia. Por exemplo num campo electromagnético as variáveis de fonte são definidas pelas cargas eléctricas com as suas grandezas vectoriais como variáveis de configuração e as variáveis de energia surgem da variável de configuração com a de origem.

Ou seja, parece existir um processo utilizado pela natureza, e só a ela inerente, de criação de organização através da complexificação de sistemas que visem a dissipação de energia de forma mais rápida. Aquilo que parece ser o surgimento de sistemas organicamente e estruturalmente mais complexos – do cristal ao vírus, deste ao microorganismo, numa cadeia evolutiva que atinge o seu âmago no ser humano. Constitui apenas um processo momentâneo onde a razão final de equilíbrio entre entropia/sintropia, geradora e impulsionadora da evolução dos sistemas, penderá sempre para um valor final entrópico positivo com a dissolução progressiva desses sistemas materiais em sistemas de outras dimensões onde apenas permanece a informação. A entropia ao conduzir ao vácuo na sua acção de dissolução faz dele o manancial titânico de todas as energias.

Este é também o caso paradigmático e paradoxal dos Horizontes de Eventos dos Buracos Negros, onde a informação não é destruída e permanece como estrutura ou sistema bidimensional. Ou seja, a informação em vez de ser destruída no interior do Buraco Negro, seria acumulada ou armazenada numa superfície bidimensional que de forma semelhante a um holograma projectaria uma imagem de si mesmo em três dimensões. Leonard Susskind e Gerard't Hooft aplicando este conceito a todo o Universo, concluíram que este seria um holograma, no qual as informações tridimensionais estariam “impressas” em superfícies bidimensionais situadas na esfera imaginária que circunda o nosso Universo. Seria como uma “flatland” onde os seus habitantes viveriam sem saber num mundo com apenas duas dimensões. Assim, espantosamente o nosso mundo tridimensional seria apenas uma ilusão, fazendo-nos regressar à concepção milenar dos Vedas (*Maya*).

Este é também o processo que alicerça a teoria da reencarnação e da vida para além do fenómeno da morte e que é corpo doutrinar de todas as teologias. A informação, como primeiro Logos do Ternário, é indestrutível e permanece na manifestação do Quaternário. A matéria e as suas forças agregadoras são

o veículo de evolução da matriz primordial, a informação, e onde a entropia/sintropia constitui apenas o processo.

Como afirmava o pré Socrático e precursor do atomismo Anaxágoras: “Em todas as coisas há uma porção do *noûs*, e há ainda certas coisas nas quais o *noûs* está também”.

Para Anaxágoras a origem do Universo estava assente em elementos infinitos em número e tempo (as homeomerias, sementes ou spémata ou ainda os futuros átomos de Demócrito e Leucipo), agregados por uma força chamada *noûs* – uma inteligência que tudo governava e apenas separava ilusoriamente os pares opostos que compunham o Universo. Dava como exemplos de pares opostos o frio/quente e o húmido/seco ou melhor dizendo de forma generalizada sintropia/entropia.

A Aritmética comum, por razões práticas, encara os números como sequências estáticas inter-relacionadas por sub-séries sem relação dinâmica entre si. O “Uno sem Segundo” da Doutrina Secreta desenvolve a inter-relação existente dos valores numéricos e as suas “sombras geométricas” e do que há entre e dentro delas – a designada Matemática Dinâmica ou Viva.

Carlos Rovelli em Helgoland argumenta de forma similar aconselhando-nos a adoptar uma visão do mundo “relacional” contrariando a visão mecanicista introduzida pela ciência do século XVII. Deste modo os objectos no microcosmos quântico nada mais são do que as propriedades (por exemplo posição, momento e energia) que exibem ao interagir em relação a outros objectos e entre si. Isto significa que se removêssemos o conteúdo do Universo, removeríamos também o espaço e o tempo confirmando que a realidade é feita pelas relações espaciais e temporais entre sistemas. Neste aspecto a Teoria da Relatividade Geral vem confirmar este acervo ao nível macrocosmo e o Bosão de Higgs dá-lhe suporte estrutural ao nível do microcosmo.

O nosso mundo material e energético expresso nas formas ou figuras geométricas estáticas, as designadas “sombras” dos números, resultam do impacto ou do movimento espaço-temporal, inter-relacional entre sistemas onde predomina a dinâmica sintropia/entropia, tal como o exemplo de um ponto de luz que em movimento rápido causa a ilusão de um a linha luminosa contínua.

A Teoria da Informação Integrada (TII) de Giulio Tononi (2004 e 2014) ao defender que o todo é maior que a soma das partes, implicitamente assume que os sistemas complexos e organizados num processo de sintropia, criem no seu seio as condições para que a entropia seja a etapa sucedânea. Como resultado deste processo sintropia/entropia, o acumular de “superavit” de informação cria as condições para o despertar da consciência desde o átomo. Aqui a informação inerente aos sistemas confunde-se com a consciência reflectida no

primeiro aforismo do Caibalion de Hermes Trismegisto: O Todo é Mente; o Universo é Mental.

Como Hesíodo na sua Teogonia afirmava: “No princípio, era o caos”. Não existindo dualidade, reinava a vacuidade homogénea – o Nada, do qual nasce um ponto sem dimensões contendo como atributo o infinito em si próprio. Aqui encontramos similitude com a descrição do fenómeno quântico característico da perturbação do vácuo que vai originar, como primeiro acto, o Universo.

Contudo um ponto no hiper-espaço infinito não é gerador de forma nem do espaço-tempo. Este apenas definirá a origem, o zero de um futuro vector e de um potencial que aparece na sequência da dualidade ou paridade de um segundo ponto. Os dois ligando-se originam a grandeza vectorial de natureza linear unidimensional que contém a primeira medida – o um.

É a partir desta unidade primordial, definida pela distância entre os dois pontos, que irá surgir o terceiro elemento como ponto de encontro dos arcos gerados pela velocidade do movimento centrado ora num e noutra e que estruturam um plano bidimensional poligonal. Eis a primeira configuração geométrica 2D cujo polígono – um triângulo equilátero, resulta dos campos quânticos das forças nucleares fortes, fracas e das forças electromagnéticas. Assim se distribuem em ordens de três as partículas subatómicas conhecidas por quarks que dão origem aos protões e neutrões, o mesmo é dizer aos primeiros átomos de hidrogénio, matéria base do Universo.

O triângulo equilátero em conjunto com o círculo constitui a figura principal da geometria sagrada. As outras figuras como o quadrado ou os restantes polígonos são apenas conjuntos de triângulos que a sintropia/entropia organiza por simples economia de meios energéticos.

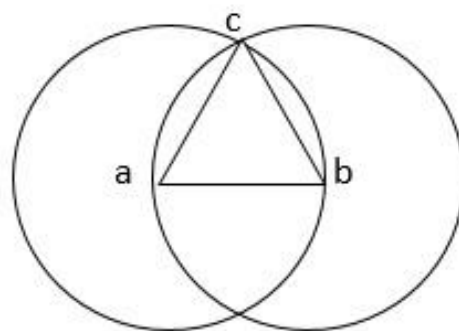


Figura 2 – A origem

Os sistemas 3D, expressos pelos sólidos platónicos também vão surgir da mesma forma, onde ganha preponderância de organizador energético o número de ouro  $\Phi=1,6180339887498948482045\dots$  com infinitos algarismos decimais.

Sem entrarmos em pormenores que nos encheriam páginas, a secção áurea – configuração geométrica do número  $\Phi$  (Phi), identifica-se com um segmento de recta e um ponto e é descrita nos seguintes termos por Euclides nos seus Elementos, livro 2, proposição II: “Uma recta está dividida em média e extrema razão quando a recta (a+b) é para o segmento maior (a) o mesmo que este é para o menor (b).”

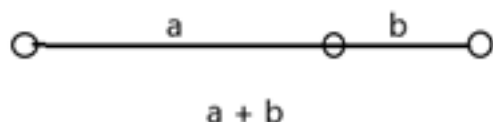


Figura 3 – Secção Áurea

Não poderíamos deixar nesta altura de estabelecer ligações óbvias entre o Diagrama de Tonti e a estrutura pitagórica da Tetraktys ou Década Pitagórica com a sua base  $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ , e a sua asserção de que os números estão na base de toda a manifestação.

O *Tetraktys* representa a organização do espaço-tempo, o equilíbrio sintropia/entropia:

Enquanto a primeira linha representa a kénon aristotélica, ou seja, o vazio ou vácuo, zero dimensões, o reino das ideias puras arupicas, Arkhé - um ponto, a segunda linha representa uma dimensão dada pelos números em si, como primeiro reflexo das ideias, uma linha definida por dois pontos gerada pelo potencial residente no vácuo, a passagem do arupico não-formal para o rupico formal. Já a terceira linha representa as duas dimensões, a sombra dos números onde as ideias adquirem forma, o tal plano definido por três pontos enquanto a quarta linha representa as três dimensões - um tetraedro definido por quatro pontos onde as formas adquirem volume (Figuras 4 e 5).

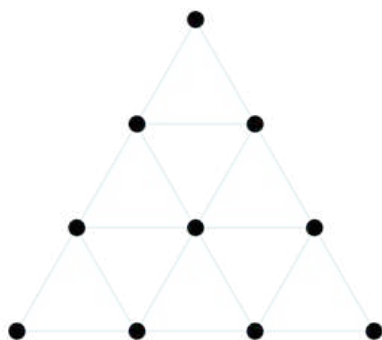


Figura 4 – A divina Tetraktys ou Década Pitagórica.  
Domínio Público

Finalmente, nesta geometria sagrada, é evidente a presença geométrica da Constituição Septenária (força divina da trindade,  $3 + 4$ , o quadrado da terra).

Tudo o que evolui obedece a um padrão septenário com origem no número 3:

- As sete frequências das notas musicais (Figura 6);
- As sete frequências vibratórias das cores do espectro visível da luz;
- Os sete tipos de configuração dos edifícios cristalinos: monoclinico, triclinico, cúbico, ortorombico, tetragonal, trigonal e hexagonal;
- Os sete quadrantes de referência do espaço-tempo: alto, abaixo, direita, esquerda, frente, atrás e centro;
- Os sete períodos da vida humana: infância, adolescência, juventude, idade adulta, maturidade, velhice e senilidade;
- Os sete centros biológicos neuro-hormonais do corpo humano: raiz, umbilical, esplênico, coronário, laríngeo, frontal e coronal;
- Os sete “veículos” do Homem e seus correspondentes no plano da Física Quântica:
  - a) O físico ou *Sthula Sharira*/fermiões que constituem a matéria propriamente dita;
  - b) Duplo-etérico ou *Prâna*/campo electromagnético;
  - c) Astral ou *Linga Sharira*/campo das forças nucleares fracas;
  - d) Mental concreto ou *Kâma Rupa*/campo das forças nucleares fortes, (o seu conjunto define a geometria quaternária, o Tetragrammaton cabalístico);
  - e) Mental abstracto ou *Kâma Manas*/campo holomórfico;
  - f) Intuitivo ou *Buddhi*/campo do espaço granular;
  - g) Espiritual ou *Atmâ*/campo da informação, (definem a trindade ou configuram a geometria do ternário).

Estes dois conjuntos estabelecem ligação entre si pelo *Antakharana* ou Bosão de Higgs cujo campo confere massa ao quaternário – o iniciador da manifestação, do movimento Theos.











	1	Ponto	Adimensional	
	2	Linha	Unidimensional	
	3	Superfície	Bidimensional	
	4	Sólido Geométrico	Tridimensional	

Figura 5 - A Década Pitagórica e a dinâmica "relacional"

Segundo Helena Blavatsky "Os antigos filósofos sempre atribuíram algo de misterioso e divino à forma do círculo. O mundo antigo, coerente com o seu simbolismo e a suas intuições panteístas, que unificam os dois Infinitos, o visível e o invisível, representava a Divindade, e também o seu Véu exterior por um círculo. Esta fusão dos dois em uma unidade e a aplicação do nome Theos indistintamente a ambos estão explicadas, mostrando-se ainda mais científicas e filosóficas."

A união do círculo (resultante da distribuição equidistante de pontos infinitos ao ponto seu centro) com o quadrado representado pela Quadratura do Círculo envolve as forças do impulso energético do *Fohat* da tradição egípcia, o *Sattva* védico, a tal energia organizadora, a relação universal de sintropia/entropia representada por outra proporção fundamental, a relação entre o perímetro do círculo e a seu diâmetro,  $\pi = 3,1416\dots$ , onde se irá inserir, num tempo mais tardio, uma representação pela mão de Leonardo da Vinci conhecida como o Homem de Vitruvius, o ser humano com alma divina, o Verbo feito carne.

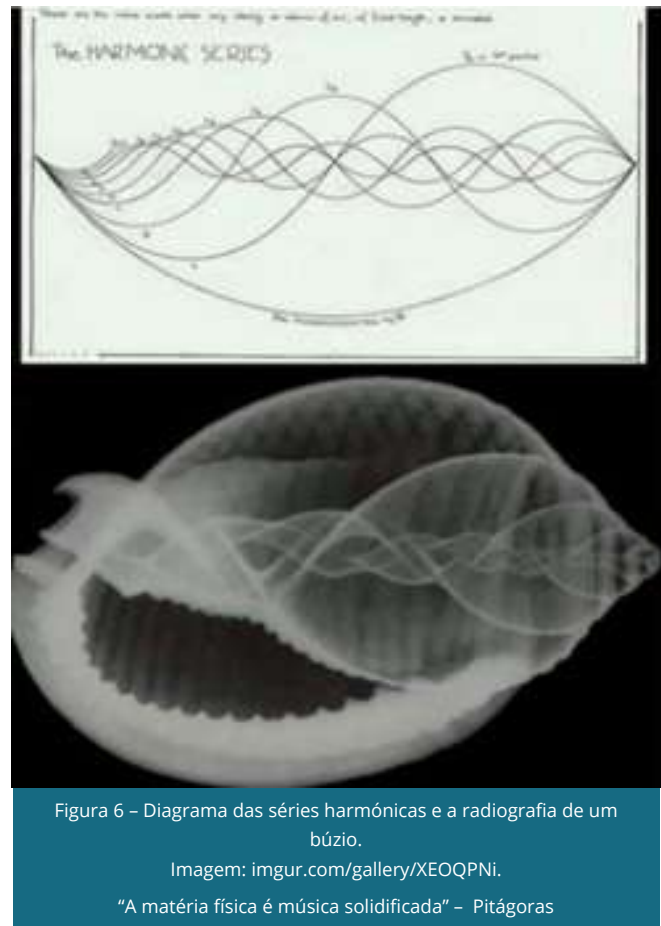


Figura 6 - Diagrama das séries harmônicas e a radiografia de um búzio.

Imagem: [imgur.com/gallery/XEOQPNI](https://imgur.com/gallery/XEOQPNI).

"A matéria física é música solidificada" – Pitágoras

**Bibliografia**

CARLOS ROVELLI, Helgoland, Edição Allenlane, Kobo-Fnac, 2021.

HELENA P. BLAVATSKY, A Doutrina Secreta, Cosmogénese, Volume I, Editora Pensamento, São Paulo, 1969.

JAIME BUHIGAS TALLON, "a Geometria Divina", A esfera dos livros, 1ª. Edição, Março de 2021.

KUHNEN, R. F. "Em tudo uma porção de tudo". In SOUZA, J. C. (org.). Pré Socráticos. São Paulo: Nova Cultural, 1996.

# QUADRIVIUM: ARITMÉTICA, MÚSICA, GEOMETRIA E ASTRONOMIA

Por Nadiia Komarova

Publicado em Boletín Pitágoras nº3, 2015



*“Essas coisas, quando em repouso, deram origem à aritmética e à geometria, e quando em movimento, deram origem à harmonia e à astronomia”*

Cleínia de Tarento

O grande Pitágoras ensinou que a felicidade poderia ser encontrada no conhecimento da perfeição dos números. Na busca desse conhecimento, os Pitagóricos estudaram quatro ciências – aritmética, geometria, música e astronomia. Estas quatro disciplinas eram referidas com uma única palavra – mathemata (do grego antigo μάθημα – estudo, ciência), de onde vem a palavra “matemática”. Os Pitagóricos consideraram os números como princípios universais presentes em todos os fenômenos da natureza como a luz, o eletromagnetismo ou som.

Na obra de Jâmblico *Theologumena Arithmeticae* pode ler-se:

*“Além disso, é melhor e menos propenso ao erro aprender a verdade das coisas e obter conhecimento científico através do quadrivium das ciências*

*matemáticas. Em geral, as coisas podem ser quantificadas quando são justapostas e amontoadas como coisas discretas e o seu tamanho pode ser medido quando combinadas e contínuas e, assim, em termos de quantidade as coisas são concebidas como absolutas ou relativas e em termos de tamanho, em repouso ou em movimento. Desta maneira, os quatro sistemas ou ciências matemáticas farão a apreensão de cada coisa de forma adequada: a aritmética apreende a quantidade em geral mas, em particular, a quantidade absoluta; a música apreende a quantidade quando esta é relativa e a geometria apreende o tamanho em geral mas, em particular, o tamanho estático; a astronomia apreende o tamanho quando as coisas estão em movimento e a passar por uma mudança ordenada”.*



Jâmblico. Domínio Público

Desta forma, Jâmblico sugere que estas ciências poderiam servir como meio para estudar os números: os números em geral (aritmética), em ligação com outros números (música), os números no espaço (geometria) e em movimento e no espaço (astronomia). De acordo com A. A. Stolyarov, “a aritmética é um ensino sobre os números tal como eles são; seguidos por música – ensino sobre harmonia; geometria – ensino sobre a dimensão; e, finalmente, astronomia – ensino sobre o espaço, ou sobre a harmonia do mundo ampliado, por assim dizer”.

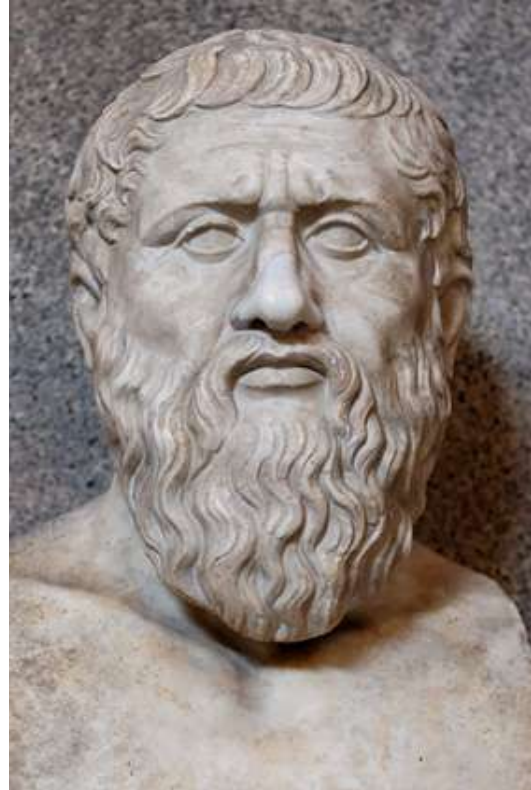
Com referência a Pitágoras, Jâmblico coloca esses quatro estudos de acordo com os quatro primeiros números: “... no texto intitulado ‘Sobre os deuses’, Pitágoras distingue-os da seguinte forma: *Quatro são os fundamentos de sabedoria – aritmética, música, geometria, astronomia – ordenados 1, 2, 3 e 4*”. Abaixo, na descrição de cada estudo, encontrará a explicação de Jâmblico para esta correspondência.

Arquitas, um famoso cientista da Escola Pitagórica, afirma que aqueles que dominam as ciências matemáticas alcançaram a apreensão do mundo como um todo e por isso podem emitir juízos sobre as propriedades de todas as coisas discretas. “Pois tendo distinguido corretamente a natureza do todo, também veriam bem como são as coisas nas suas partes. De facto, no que diz respeito à velocidade das estrelas, seus nascimentos e configurações, bem como em relação à geometria e números e, não menos importante, à música, eles entregaram-nos um conjunto claro de distinções. Pois essas ciências parecem ser parecidas”.

Outro Pitagórico, Filolau de Tarento, foi descrito como: “antes de decidir sobre a substância da alma, ele [Filolau]

discorre de forma maravilhosa sobre medidas, pesos e números em conjunto com a geometria, música e aritmética, provando que todo o Universo deve a sua existência a eles”.

Platão, meditando na sua *República* sobre “que tipo de conhecimento levaria a alma desde tornar-se a ser”, menciona esses quatro estudos.



Busto de Platão. Domínio Público

De acordo com Nicômaco, “Estas ciências são como escadas ou pontes que transportam as nossas mentes das coisas apreendidas pelos sentidos e opinião para aquelas compreendidas pela mente e, das coisas materiais e físicas, às coisas com as quais não estamos familiarizados, estranhas aos nossos sentidos, mas que na sua imaterialidade e eternidade são mais parecidas com a nossa alma”.

Estes quatro estudos delineados pelos Pitagóricos foram preservados até à Idade Média. Então, o *quadrivium* (de acordo com a definição dada por Boécio, significa “lugar onde quatro estradas se encontram”) era um curso avançado de educação não religiosa em muitas universidades medievais e que consistia em quatro disciplinas: música, aritmética, geometria e astronomia.

Nas pinturas medievais, os quatro estudos *quadrivium* eram, frequentemente, representados como figuras femininas à beira dos seus exponentes (estudos): Pitágoras (Aritmética), Tubal-cain (Música), Euclides (Geometria), Ptolemeu (Astronomia).

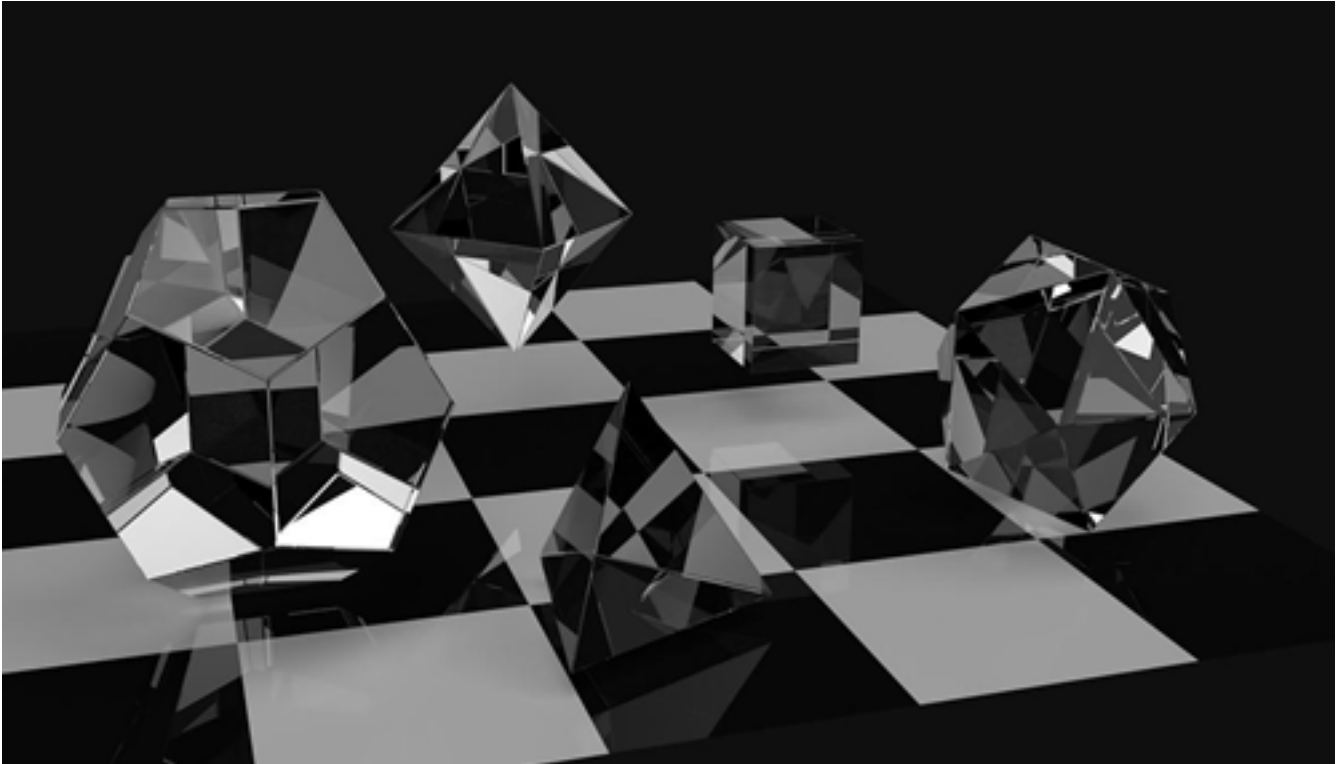


# SÓLIDOS PLATÓNICOS

## – PARTE I

*Dedicado aos meus amigos e principalmente a José Carlos Fernández.*

Por Rafael Montes Gil



Os cinco sólidos platônicos. Pixabay

### INTRODUÇÃO

Platão sempre surpreende. No seu diálogo “Timeu”, escrito por volta de 360 a.C., desenvolve três grandes temas: a origem do universo, a estrutura da matéria e a natureza humana.

Quando fala da formação do Cosmos, desenvolve a doutrina de Empédocles dos Quatro Elementos representados por poliedros regulares e estabelece as relações geométricas entre uns e outros como depois ninguém mais foi capaz de igualar.

De Kepler a Arturo Soria, passando por Leonardo e Matila Ghyka, todos expuseram relações entre uns sólidos e outros, entendidos como “volumes”, ou seja, corpos sólidos, encaixando-se uns nos outros.

Platão fá-lo de maneira muito diferente. Primeiro, decompõe cada corpo nas suas partes elementares. Em seguida, combina-as. E depois expõe como essas partes

elementares interagem umas com as outras. Vai sempre à essência.

Neste tema encontramos uma parte geométrica na qual são estudadas formas simples e fundamentais – arquetípicas – e outra parte filosófica na qual se analisam ideias.

A primeira requer uma certa capacidade de “visão espacial” e a segunda uma certa “capacidade de abstracção”.

Na tentativa de unificar estes dois aspectos do conhecimento, trataremos de fazer uma exposição simples e clara das diferentes figuras geométricas e das suas possíveis relações.

O tema nunca poderá considerar-se como acabado, pois, tratando-se de figuras primordiais com as quais – disse Platão – Deus formou o corpo do Mundo, entenderemos que pertencem àquelas “altas regiões” do Divino onde a mente concreta tem vedadas as suas entradas.

É necessário, portanto, esforçar-se por despertar uma certa intuição que nos permita uma aproximação mais íntima a essas figuras, lembrando que, na antiguidade, a ciência da Geometria era inspirada pelas Musas e que, juntamente com a Aritmética, fazia parte do alto saber humano.

Na nossa pequena escala, tentaremos substituir esta grande intuição dos nossos antigos por uma visão clara e simples das figuras e das suas correspondências através de uma série de desenhos que acompanham estas notas.

### OS CINCO POLIEDROS REGULARES

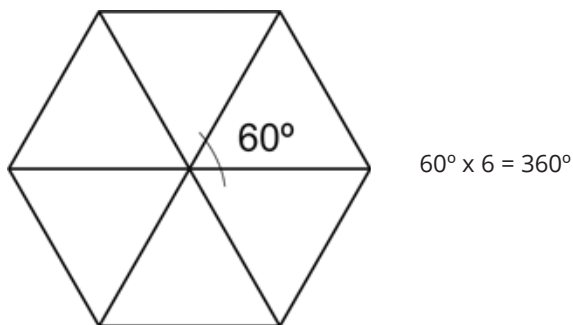
São apenas cinco e todos atendem às condições de terem, em si mesmos, todas as faces iguais, todas as arestas iguais e todos os seus vértices iguais. Platão diria que eles são iguais a si mesmos em cada uma das suas partes.

Todas as faces devem ser planas e ter lados iguais, sendo o mais simples deles o triângulo - um polígono de três lados - dada a impossibilidade de construir um polígono com menos de três lados.

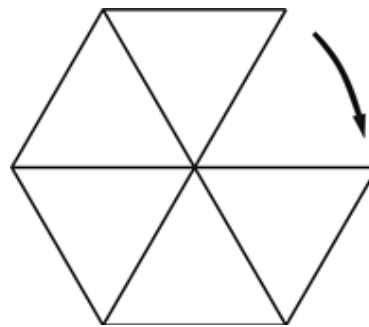
Da mesma forma, todos os vértices serão iguais e três ou mais faces convergirão para eles, pois é impossível formar um ângulo triedro com duas faces ou menos.

Vejamos que figuras poderemos construir com faces triangulares - triângulos equiláteros regulares.

Seis triângulos colocados em torno de um ponto central ocupam todo o plano e não dão origem a nenhuma figura sólida.



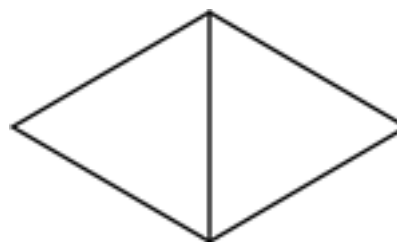
Mas, se removermos um dos seis triângulos, deixando apenas cinco ao redor do vértice central, obtemos, depois de fazer coincidir as duas arestas que ficam livres, (dobrando o plano) uma figura em que cinco faces triangulares convergem em cada vértice. Essa figura será o ICOSAEDRO.



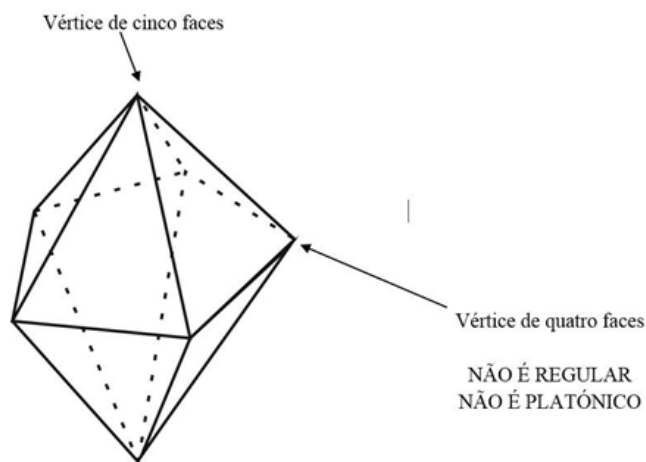
Se agora removermos outro triângulo, permanecerão quatro. A figura na qual quatro triângulos se encontram num vértice é o OCTAEDRO.

Mas ainda podemos remover um outro triângulo, deixando apenas três. A figura na qual, em cada vértice, convergem três faces é o TETRAEDRO.

Se removermos um outro, restam apenas dois triângulos e nenhuma figura pode ser construída.

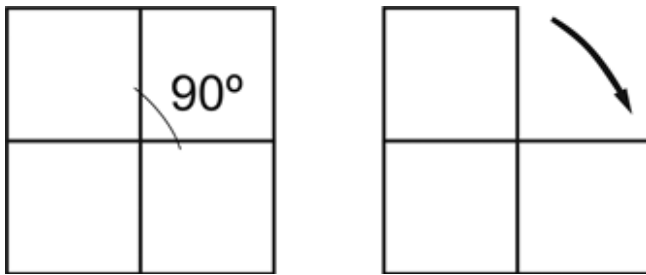


Resumindo: existem apenas três figuras com faces triangulares que são o icosaedro, o tetraedro e o octaedro. Não há mais. Se tomarmos, por exemplo, a bipirâmide pentagonal veremos que não é um poliedro regular porque em alguns vértices convergem cinco faces e em outros apenas quatro, ou seja, os vértices não são todos iguais.



## GEOMETRIA SAGRADA

Vejamos agora que figura podemos obter com um quadrado. Repetindo o processo anterior, vemos que quatro quadrados ocupam todo o plano. Com três quadrados para cada vértice obtemos um CUBO, e com apenas dois quadrados não é possível obter nenhuma figura.



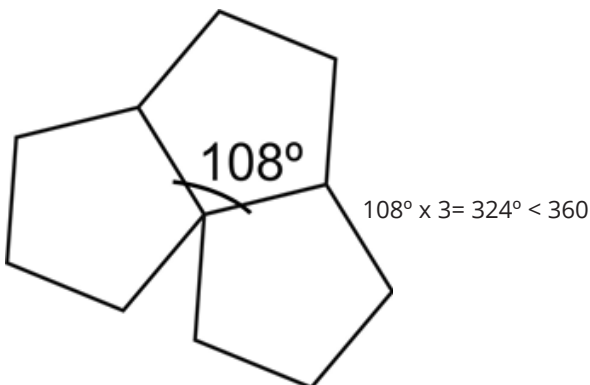
$$90^\circ \times 4 = 360^\circ$$

Resumindo: existe apenas uma figura regular com faces quadradas: o CUBO.

Vejamos agora o que acontece se considerarmos os pentágonos como faces. Não é possível unir quatro pentágonos num plano, em torno de um vértice, pois tendo o ângulo interno de um pentágono  $108^\circ$ , com os quatro ultrapassaríamos  $360^\circ$  de uma circunferência completa.

$$108^\circ \times 4 = 432^\circ > 360^\circ$$

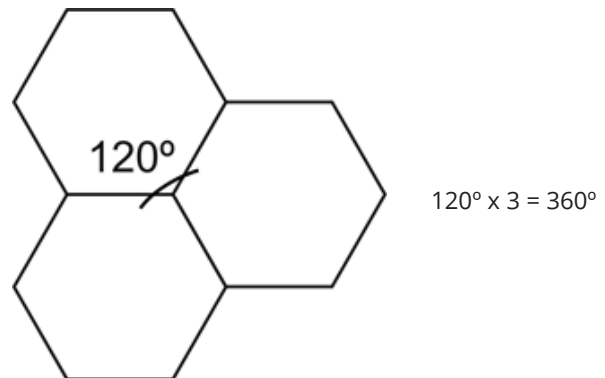
No entanto, pudemos juntar três pentágonos e repetir o processo anterior.



Se, como antes, removermos um pentágono, restam apenas dois e não é possível obter um vértice com apenas duas faces.

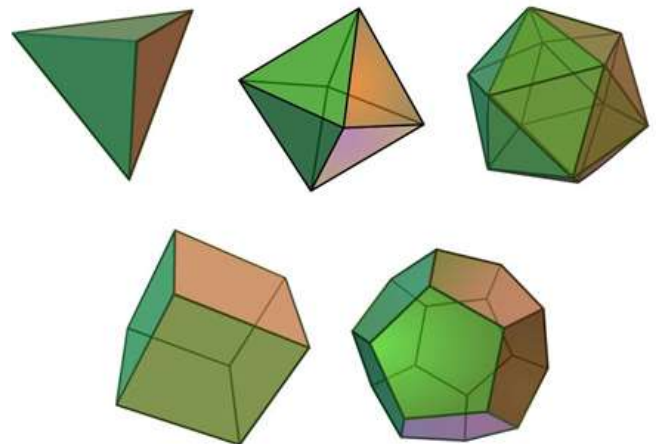
Resumindo: há apenas uma figura regular com faces pentagonais: o DODECAEDRO.

Se formos para a próxima figura plana, o hexágono, não podemos fazer nenhuma figura sólida porque apenas com três hexágonos - o mínimo para cada vértice como já vimos - já ocupamos todo o plano e não obtemos nenhum volume.



Existem, portanto, apenas cinco poliedros regulares possíveis: Cubo, Icosaedro, Octaedro, Tetraedro e Dodecaedro, para os quais são indicadas as características mais gerais na tabela seguinte.

ELEMENTO	SÓLIDO	FACES	ARESTAS	VÉRTICES
TERRA	CUBO	6	12	8
ÁGUA	ICOSAEDRO	20	30	12
AR	OCTAEDRO	8	12	6
FOGO	TETRAEDRO	4	6	4
"ETER"	DODECAEDRO	12	30	20



OS CINCO SÓLIDOS

### BIBLIOGRAFIA:

Timeu, Platão



# UM RETÂNGULO MUITO ESPECIAL NA MATEMÁTICA EGÍPCIA

Por José Carlos Fernández

Escritor e director da Nova Acrópole Portugal



Edfu. Domínio Público

No artigo “O Problema 79 do Papiro de Rhind”, desta mesma revista, destacámos um aparente erro que o escriba cometera na soma de uma progressão geométrica de base 7.

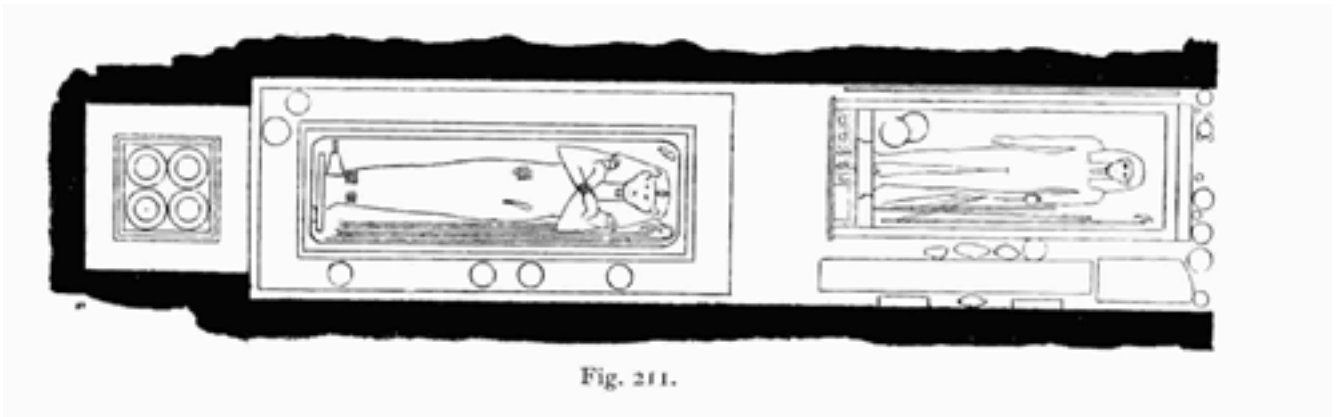
Anotou 2301 em vez de 2401 que era o total da soma. E, no entanto, ao fazer a soma fá-la bem, como se não tivesse cometido tal erro.

O genial Schwaller de Lubicz na sua obra “Le Temple de l’homme” explica a possível verdadeira causa deste aparente erro. Diz que é, quiçá, uma forma encriptada de expor um conhecimento sobre proporções e que, no final, o resultado é uma proporção definida, associada a um retângulo muito especial, ao qual queremos dedicar estas notas. Notas que nada adicionam, porque vamos simplesmente abordar e comentar de uma forma muito

concisa o que este autor diz de forma críptica (por resumido).



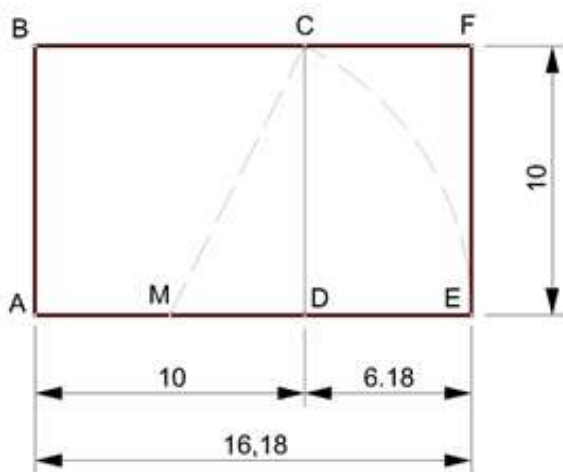
O primeiro temos de fazer é tomar consciência da beleza de certos retângulos. Da beleza estética e, talvez, dos seus significados místicos que na nossa ignorância nos fogem.



Plano da tumba do rei egípcio Hor, 13ª Dinastia (cerca de 1750 a.C.). Domínio público

Recordemos que toda a proporção define um retângulo, com a relação aritmética de magnitudes que formam essa proporção. Maior ou menor, o retângulo será o “mesmo”, ou seja, semelhante. Perceber a beleza de um retângulo é fazê-lo com a beleza da proporção que lhe dá forma.

O mais conhecido e divino de todos (assim o chama Platão) é o Retângulo de Ouro, definido pela Proporção Áurea.



Retângulo de Ouro. Creative Commons

Ou, se quisermos também, a relação do lado de um decágono e do raio em que está inscrito.

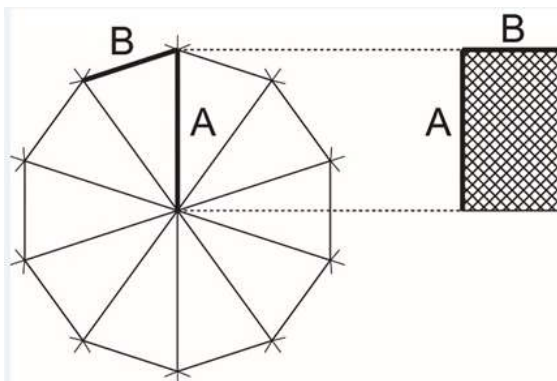
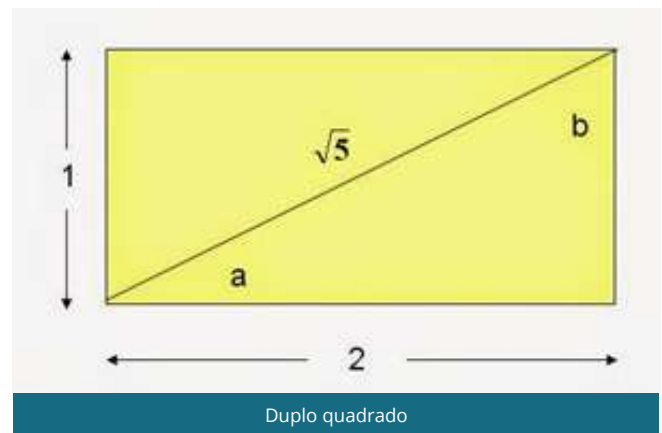


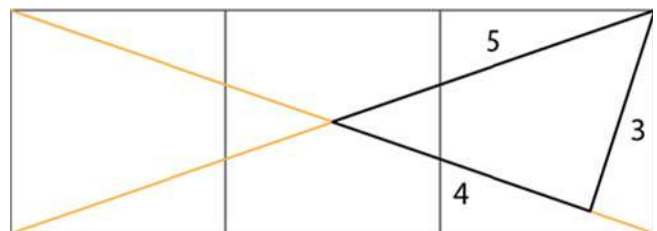
Imagem Aprender a Pensar, SM

Muito sagrado na antiguidade era também o definido pelo duplo quadrado, cuja diagonal é então a Raiz de 5, núcleo irracional da Proporção Áurea.



Duplo quadrado

Outro, da relação 1-3, vimo-lo no artigo dos alinhamentos de Karnac, originando misteriosamente o triângulo sagrado egípcio 3-4-5.



Outro, de que falaremos noutra artigo, é o chamado “retângulo português” ou “proporção cordovesa”, definido pela relação entre o lado de um octógono e o raio do círculo que o circunda.

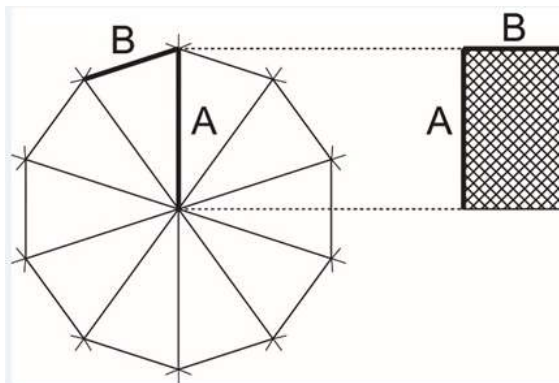
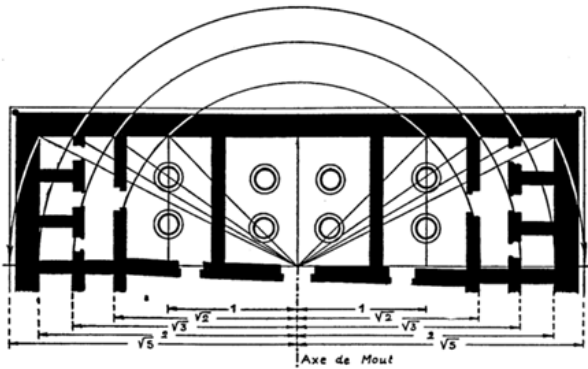


Imagem Aprender a Pensar, SM

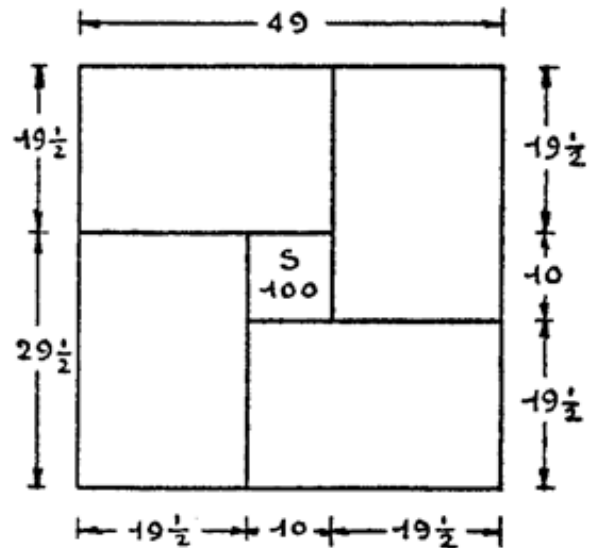
Schwaller de Lubicz refere também a importância no Egípcio dos retângulos gerados por diferentes números irracionais (como diagonais de duplos, triplos quadrados, etc.) muito utilizados no traçado dos seus templos, como podemos ver aqui num exemplo (extraído do seu livro).



Santuários Sul do Templo de Luxor

Grande é a beleza deste que vamos agora comentar, e que ele deduz do aparente erro no problema 79 do Papiro de Rhind. Beleza sensível e conceptual.

Nasce, pois, de um quadrado de  $49 \times 49$ , ou seja, de  $(7 \times 7) \times (7 \times 7)^1$ , ao que se extrai uma superfície central quadrada de  $100 (10 \times 10)$ . E daí resultam os 4 retângulos (na forma da Cruz Geradora, mais simbólico ainda) que estamos a mencionar.



E esta é a diferença/erro do escriba, entre 2401, que é o quadrado de 49; e 2301, em que subtrai o quadrado central e gera assim estes retângulos cuja relação é  $29, \frac{1}{2}$  e  $19, \frac{1}{2}$ .

Multiplicando por 2 ambas as magnitudes, pois continua a ser um retângulo semelhante (ou igual, desde a perspectiva simbólica, pois o único que muda é a unidade com que se mede), resulta que este é o retângulo formado pelos números primos  $39 \times 59$ .

O que dá uma razão de 0,66101, muito perto, mas não igual, a  $\frac{2}{3}$ , que é 0,666666666...

Na prática pode ser substituída por ela, mas não, não é igual. Como diriam os pitagóricos, estas diferenças são as que fazem andar a Roda do Mundo.

1 Estar repetido quatro vezes o número 7, neste caso no produto, é de grande importância simbólica, sendo 7 o número que ordena a natureza e o 4 o dos elementos manifestados (Terra, Água, Ar, Fogo). Vincula-o simbolicamente assim, além disso, ao produto do 7 e o 4, que é 28, um número perfeito (soma dos seus divisores).



# VISLUMBRES DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

## Boletim Pitágoras

Publicado no Boletim Pitágoras nº 3, 2015.



Imagem Pixabay

*“A experiência mais bela e profunda que um homem pode ter é a percepção do misterioso. É o princípio subjacente da religião, bem como o de todo o empreendimento sério na arte e na ciência.”*

A. Einstein



Osso de Lebombo. [Wikimedia Commons](#)

A matemática surgiu na alta antiguidade. Uma das primeiras provas conhecidas desse facto consiste de um osso de babuíno que apresenta 29 entalhes que denotam a quantidade de dias do mês lunar. Este calendário é, portanto, o artefacto matemático

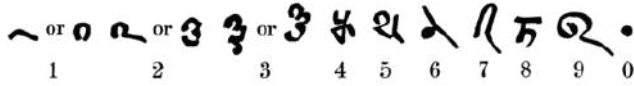
conhecido mais antigo possuindo 37.000 anos, de acordo com os cientistas (Pegg E., Jr. Lebombo Bone). Artefactos semelhantes de um período anterior também foram encontrados noutros locais. O número 29 também pode ser encontrado numa imagem antiga nas grutas de Lascaux (em XVIII – XV AC).

Os primeiros textos matemáticos conhecidos foram deixados por duas grandes civilizações antigas – a do Egito e da Mesopotâmia.

Os textos matemáticos Egípcios mais antigos datam do início do segundo milénio AEC. Nesses tempos, a matemática era utilizada na astronomia, na navegação marítima e geodesia, bem como na construção de casas, barragens, canais e na defesa militar. Heródoto descreve como o rei do Egito loteou a terra entre todos os egípcios, pagando cada cidadão imposto ao tesouro pela sua parcela. Se uma parte do terreno ficasse alagada pelas águas, ela era medida novamente, e o imposto a pagar, reduzido em conformidade.

## HISTORIA DA MATEMÁTICA

Cada nação tinha os seus próprios sistemas de expressão numérica na forma escrita. No terceiro e segundo milénio AC os egípcios usavam um sistema numérico hieroglífico. O povo da Babilónia adotou o sistema numérico sexagesimal. O sistema decimal, que hoje utilizamos, veio para o mundo Árabe e para a Europa Ocidental da Índia (por isso, não é correto chamá-lo de Árabe).



Números usados no manuscrito Bakhshali (Índia), entre século III a VII DC (datação em disputa em publicações recentes).

[Wikimedia Commons](#)

Um dos factos notáveis é que, nos tempos antigos, usavam-se letras do alfabeto para expressar números por escrito. Era assim que os Gregos usavam o seu alfabeto. Também conhecido como o sistema Jónico. Juntamente com o Cristianismo e a escrita alfabética, foi levado para os povos Eslavos. Os Árabes, Georgianos, Arménios e Judeus usaram também tais sistemas numerais.

Na história da ciência, Thales de Mileto é considerado o primeiro matemático (século VII AC). Thales era um comerciante grego, viajante e filósofo. São-lhe atribuídos os primeiros teoremas e a resolução de vários problemas matemáticos aplicados, entre os quais podemos mencionar a medição da pirâmide Egípcia pela sua sombra. Muito conhecimento foi recebido por Thales no Egito e depois trazido para a Grécia. Thales definiu o número como uma combinação de unidades, assim como definido pelos Egípcios de quem aprendeu.

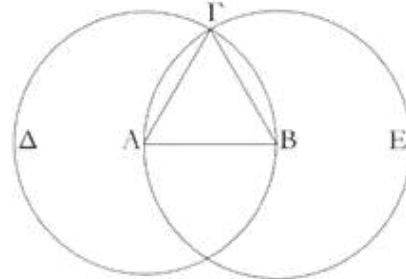
Pitágoras foi discípulo de Thales, e este nome introduz a etapa mais importante na história da matemática. Na sua juventude, Pitágoras foi ao Egito para aprender com os sacerdotes. Escritores antigos afirmam que ele foi admitido nos santuários sagrados Egípcios; visitou também sábios Caldeus e magos Persas.

Pitágoras fundou a escola que fez várias descobertas significativas para o mundo. Além do famoso teorema da Pitágoras, também nos deu o fundamento da geometria, música e astronomia. Uma das maiores conquistas da escola foi a descoberta de números irracionais (ou infinitos). Os Pitagóricos trataram a matemática como uma ciência sagrada ligada à aprendizagem do mundo e do homem.

Uma parte significativa dos registos de matemática antiga é retirada da obra "Os Elementos" de Euclides que foram escritos aproximadamente em 300 AC. Este trabalho descreve metodicamente os teoremas geométricos e

aritméticos estabelecidos pelos matemáticos da Grécia antiga durante pelo menos os dois séculos anteriores de evolução matemática.

Ἐπί τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τρίγωνον ἰσοπλευρον συστήρασθαι.  
Ἔστω ἡ δοθείσα εὐθεῖα πεπερασμένη ἡ AB.  
Δεῖ οὖν ἐπὶ τῆς AB εὐθείας τρίγωνον ἰσοπλευρον συστήρασθαι.



Κέντρο μὲν τῆ A διαστήματι δὲ τῆ AB κίρκου γεγράφθαι ὁ BΓΔ, καὶ πάλιν κέντρο μὲν τῆ B διαστήματι δὲ τῆ BA κίρκου γεγράφθαι ὁ AΓΕ, καὶ ἐπὶ τοῦ Γ σημείου, καὶ ὁ τῶν κίρκων ἀλλήλους οἱ κύκλοι, ἐπὶ τὰ A, B σημεία ἐπιζυγῶσαν εὐθεῖαι αἱ ΓΑ, ΓΒ.

Καὶ ἐπὶ τῶ A σημείῳ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΔΒ κίρκου, ἴση ἐστὶν ἡ ΑΓ τῆ AB· πάλιν, ἐπὶ τῶ B σημείῳ κέντρον ἐστὶ τοῦ ΓΑΕ κίρκου, ἴση ἐστὶν ἡ ΒΓ τῆ BA, ἐκείνη δὲ καὶ ἡ ΓΑ τῆ AB ἴση, ἑκάστη ἀπὸ τῶν ΓΑ, ΓΒ τῆ AB ἐστὶν ἴση, τὰ δὲ τῶ ἀπὸ ἴση καὶ ἀλλήλους ἐστὶν ἴση· καὶ ἡ ΓΑ ἀπὸ τῆ ΓΒ ἐστὶν ἴση, αἱ τρεῖς ἀπὸ αἱ ΓΑ, AB, ΒΓ ἴση ἀλλήλους εἶναι.

Ἰσοπλευρον ἀρα ἐστὶ τὸ ABΓ τρίγωνον, καὶ συνέσταται ἐπὶ τῆς δοθείσης εὐθείας πεπερασμένης τῆς AB, ὅπερ εἶναι ποιεῖναι.

Prova retirada de "Os Elementos" de Euclides

Considera-se que a matemática moderna desenvolveu-se há cerca de 400 anos pelas obras de cientistas (Kepler, Galileu, Newton, Leibniz), que tentaram penetrar nas leis da física. O desenvolvimento da matemática acompanhou o desenvolvimento de outras ciências. Hoje, as descobertas matemáticas muitas vezes impulsionam descobertas e teoremas noutras ciências. As raízes matemáticas da teoria especial da relatividade estão profundamente ligadas à geometria Lobachevskiana. A teoria dos números primos encontrou a sua aplicação na criptografia. A matemática quântica baseou-se na análise funcional que tinha começado no início do século XX. E estes são apenas alguns de muitos exemplos.

Frequentemente podemos ouvir que a matemática apareceu como fruto das necessidades práticas das pessoas. E há um grão de verdade nesta afirmação, uma vez que a matemática era essencial para calcular, comparar, medir ou calendarizar. No entanto, existe ainda mais uma razão. A matemática tal como a poesia, a pintura, a música, o teatro e a arte em geral foram trazidas à existência pelas necessidades espirituais do homem, na sua aspiração à cognição e beleza.

# VIVER A MATEMÁTICA

Por Luísa Graça



Imagem Pixabay

A origem do pensamento matemático tem como fundamento o conceito de número e remonta a épocas muito distantes, quando ainda não existia o que hoje conhecemos como civilização.

Começamos com um pouco de história, pois é importante saber de onde vimos, onde estamos e para onde vamos. A memória é muito importante em todo este trajecto e ajuda-nos a compreender melhor a “matemática”.

Relembremos:



Osso de Lebombo. *Wikimedia Commons*

O objecto matemático reconhecido como possivelmente o mais antigo é o osso de Lebombo, descoberto nos montes Libombos, na Suazilândia, e datado de aproximadamente 35000 anos a.C. Tal osso consiste em 29 entalhes feitos numa fíbula (ou perónio) de um babuíno.

Há muitos milhares de anos, antes da invenção dos números, quando os homens ainda eram caçadores-colectores, havia alguns problemas quotidianos que necessitavam de resolução, tais como: contar, medir, comparar, classificar, entre outros.

Para solucionar estas questões, o homem começou por fazer marcas num osso ou numa pedra. Cada marca correspondia a um determinado conceito na sua mente. A forma das marcas era irrelevante, o que era importante era a relação entre cada conceito na mente e a respectiva marca. Esta relação caracterizava-se por uma correspondência biunívoca, ou seja, a cada elemento de um conjunto correspondia um, e só um, elemento do outro conjunto.

Com a evolução o homem deixou de ser nómada e passou a praticar a agricultura e a criação de animais, surgindo a necessidade de uma nova forma de contagem, pois agora, o homem, precisava de controlar o número de animais do seu rebanho. Passou então, a utilizar pedras: cada animal era representado por uma pedra (não é por acaso que a palavra cálculo, em latim significa “contas com pedras”). Por exemplo para contar cada

animal que ia pastar, colocava uma pedra dentro de um saco ou num montinho. Ao final do dia, para cada animal que guardava, retirava uma pedra. Assim, mantinha o controle e sabia se algum animal se tinha perdido.

Este processo relaciona, por comparação, dois conjuntos distintos, mas não cria o número no seu sentido absoluto da palavra.

Com o tempo, foi-se fazendo a transição do relativo para o absoluto.

Neste processo de transição o homem começou por seleccionar elementos do mundo que o rodeava e criou, com eles, conjuntos modelos, para simbolizarem os números, como por exemplo: as asas de um pássaro que significariam o número dois, as folhas de um trevo o número três, as patas do cavalo o número quatro, os dedos da mão o número cinco.

De seguida fazia com que cada um destes modelos (asas de pássaro, trevo, etc.) caracterizasse um determinado conjunto, ou seja, fazia a correspondência entre um conjunto e um elemento do conjunto modelo.

À medida que a linguagem foi evoluindo, o som das palavras que exprimiam os primeiros números foi substituindo as imagens criadas, assim paulatinamente foi surgindo o número enquanto conceito abstracto.

Com o passar do tempo, o número, acaba por se desligar do objecto que o representava originalmente e este acaba por cair no esquecimento.

O número passa então a ser um símbolo, ou seja, os modelos concretos iniciais tomaram a forma abstracta dos nomes dos números.

O número é sem dúvida, a maior criação matemática, assim como a palavra é a maior criação humana.

Antes de avançarmos para outra grande criação da matemática, que é o seu próprio sistema de criação, convém que saibamos, pelo menos, três dos seus conceitos básicos: "axioma", "teorema", "corolário" e "teoria".

Vejamos:

A palavra "teoria" pode ter diversos significados e ser utilizada de forma genérica para descrever uma hipótese ou uma ideia baseada em conhecimentos anteriores.

No caso, da matemática, "teoria" refere-se a uma área do conhecimento mais abrangente, criada a partir de

teoremas e axiomas. É o resumo de um vasto campo de saberes que também leva ao surgimento de hipóteses. Um exemplo, é a geometria euclidiana, que inclui os axiomas de Euclides e o Teorema de Pitágoras.

As teorias geralmente são baseadas na observação de fenómenos ou teoremas reais e são "maleáveis", pois podem ser actualizadas por novos factos, como por exemplo com a evolução científica. Sempre que observamos algum facto novo que venha a contrariar a teoria vigente, deve-se abandonar as ideias conflitantes e nunca ignorar o facto: modifica-se a teoria, de forma a integrar o facto e as novas ideias. Isto faz com que as teorias evoluam em virtude da descoberta de novos factos, que necessariamente passam a integrar a versão evoluída da mesma.

As teorias também podem ser excluídas ou descartadas em vez de serem alteradas.

Um **axioma** é uma sentença que não necessita de ser provada ou demonstrada e é considerada como óbvia ou como um consenso inicial necessário para a construção de uma teoria. Por essa razão, é aceite como verdade e serve como ponto inicial para a dedução de outras verdades.

Na matemática, um axioma é uma hipótese inicial da qual derivam outros enunciados.

Portanto um axioma é um conceito matemático que não precisa de demonstração para ser verdadeiro. É uma ideia considerada óbvia e tomada como verdadeira, mesmo sem ser provada nem existirem provas para tal, e servem como base para a dedução de outras verdades.

Um dos axiomas mais famosos da história diz-nos que as "Coisas que são iguais a uma mesma coisa são iguais entre si", por exemplo.

Já um postulado é diferente de um axioma, pois pode ser demonstrado de alguma forma. Um exemplo de postulado é: "Dados dois pontos distintos, há um único segmento de reta que os une". Isto é, enquanto que o axioma é mais "genérico" e não é demonstrado, o postulado é um pouco mais específico e refere-se a uma área específica da matemática.

Um teorema é uma afirmação que pode ser provada como verdadeira, por meio de outras afirmações já demonstradas, como por exemplo outros teoremas, juntamente com afirmações anteriormente aceites, como axiomas.





Euclides. Creative Commons

Chamamos prova ao processo de mostrar que um teorema está correto.

O termo teorema foi introduzido por Euclides, e significa “afirmação que pode ser provada”, ou seja, é o desdobramento de outros conceitos matemáticos considerados incontestáveis.

O teorema necessita de ser demonstrado – e essa demonstração pode ocorrer pela aplicação de outros teoremas.

Um exemplo clássico, talvez o mais conhecido, é o teorema de Pitágoras que nos diz o seguinte: “Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos”.

Um **corolário** é uma afirmação deduzida de uma verdade já demonstrada, ou uma proposição resultante de uma verdade.

É uma decorrência imediata de um teorema. Por exemplo, o comprimento da diagonal de um quadrado cujo lado possui comprimento  $a$  é dado por  $a\sqrt{2}$ . Isto é um corolário do teorema de Pitágoras.

A outra grande criação da matemática (que referi acima) é o seu *próprio sistema de criação*, pois cada novo resultado é validado por uma comunidade de matemáticos, que o examina pormenorizadamente e seguindo a lógica do pensamento humano corrige as suas imperfeições. No final, obtém-se um resultado demonstrado, isto é, dedutível por todos os que queiram percorrer a cadeia de associações estabelecidas. A este resultado chama-se teorema.

Por vezes, podemos pensar que, em matemática, os teoremas se obtêm pela combinação adequada de teoremas precedentes, mas não é assim tão simples. É necessário ter capacidade intelectual para efectuar boas combinações, aplicar correctamente as regras da lógica e alguma criatividade.

Como nos diz Poincaré uma demonstração matemática não é uma justaposição de silogismos, mas sim um conjunto de silogismos apresentados de acordo com uma certa ordem, sendo a ordem pela qual se colocam muito mais importante do que os próprios elementos colocados.

A criatividade matemática consiste, também, na capacidade de fazer novas perguntas e na resolução de novos problemas. Quando colocamos questões sobre a vida, estamos a criar. Algumas das maiores criações matemáticas da história estiveram relacionadas com os períodos de crise e também com as actividades da vida quotidiana.

*A opinião mais difundida sobre o que é a matemática é a de que esta é uma “ciência exacta”, pois o paradigma do matemático é a exactidão, a precisão e o rigor.*

Mas o rigor matemático variou muito ao longo do tempo. Vejamos, por exemplo, os gregos antigos, eles foram bastante rigorosos nas suas argumentações; mas no tempo da criação do Cálculo Diferencial e Integral, como as definições envolviam a noção de limite que, pelo conhecimento da época, só poderia ser tratado intuitivamente, o rigor foi menos intenso e muitos dos resultados eram estabelecidos com base na intuição. Isto levou a que houvesse contradições e “falsos teoremas”. Por esta razão, por volta do século XIX, alguns matemáticos, tais como Bolzano, Karl Weierstrass e Cauchy dedicaram-se a criar definições e demonstrações mais rigorosas.



Fragmento de "Os Elementos" de Euclides. Domínio Público

A educação da matemática baseou-se durante muito tempo no livro "Elementos" de Euclides, livro de matemática de excelência, que nos diz que a partir de verdades essenciais aceites como certas (postulados) deduzem-se outras verdades novas (teoremas), menos evidentes do que as primeiras, as quais, por sua vez, podem dar origem a outras. O resultado é uma consequência do raciocínio lógico baseado nos postulados originais.

Por esta razão, a concepção mais difundida da matemática está ligada a esta relação ideal de resultados exactos entrelaçados entre si de acordo com o seguinte esquema:

Axioma – Teorema – Demonstração – Corolário–Exercício.

O desenvolvimento do conhecimento matemático deve-se ao interesse do ser humano pela resolução de problemas, assim, a matemática, não deixa de ser um produto histórico, social e cultural, como nos diz Imre Lakatos, o matemático vai abrindo o seu caminho através da selva, contornando obstáculos, e concretiza, passo a passo, contra-exemplo a contra-exemplo, os seus teoremas.

Todos nós, quando andávamos na escola, nos questionámos porque tínhamos que aprender matemática e para que é que ela nos serviria, pois não conseguíamos ver nenhuma aplicação prática no nosso quotidiano.

*A verdade, é que a matemática está presente na nossa vida, quer nós o percebamos quer não!*

A matemática está presente tanto quando fazemos uma simples compra no supermercado, como quando fazemos uma aplicação de um grande investimento financeiro.

Os nossos dias também são regidos pela matemática, pois temos horas para levantar da cama, para tomar banho, para ir trabalhar, para ir à escola e assim por diante. Isto só é possível graças aos números, que nos permitem contar as horas.

Quando comemos estamos a utilizar o conceito da proporção matemática, pois sabemos que se comermos demais vamos sentir mal e se comermos pouco, ficaremos com fome.

## HISTORIA DA MATEMÁTICA

Podíamos continuar a listar mais, e mais, exemplos, mas como já devem ter percebido, a matemática faz parte da nossa vida quotidiana!

Então, qual a razão de tantos jovens não gostarem de matemática?

A matemática exige dos estudantes um grande comprometimento e também uma boa capacidade de raciocínio lógico. Hoje em dia, infelizmente, estes conceitos não são valorizados, pelo contrário, o que está na moda é a desresponsabilização, a aceitação sem questionar, sem raciocinar. O pensar fora da caixa caiu em desuso, assim, vamo-nos transformando em cordeiros, em robots, sem darmos conta do que nos está a acontecer. Deixamos o nosso futuro e a nossa vida nas mãos de uns poucos, em vez de, tomarmos em mãos a tarefa de viver, de fazer as nossas escolhas, de percorrermos o nosso caminho à nossa maneira...

Outro grande problema é a forma como a matemática é ensinada nas escolas, totalmente descontextualizada. Quando se estuda um novo conceito é essencial que se o compreenda profundamente e, também, é muito importante saber qual a sua aplicação prática.

Na realidade, todos os conceitos matemáticos fazem parte da nossa vida e estão em todos os lugares à nossa volta. Mas, é apenas quando conseguimos entender as aplicações práticas destes conceitos que percebemos a relevância que a matemática tem nas nossas vidas.

A educação matemática construtiva defende que a partir de uma coisa que já sabemos, com alguma ajuda e uma boa gestão da informação, somos capazes de resolver problemas, ou seja, criar a nossa matemática. Então toda a gente pode criar algo de matemático.

*Matemática não é apenas criar grandes teoremas que ficam na história, é também formular perguntas, dar explicações matemáticas dos fenómenos, desenvolver métodos práticos para levar a matemática até à realidade, utilizar a tecnologia para criar matemática e soluções matemáticas e, acima de tudo, reconhecer que a resposta matemática a uma pergunta não só é necessária, como também suficiente.*

Aprendemos matemática questionando-nos, colocando problemas e resolvendo-os.

A matemática exige o compromisso de aprender a procurar respostas, mas para isso são necessárias perguntas e quase ninguém faz perguntas matemáticas acerca do que vê, ouve, faz ou vive.

Podemos começar por adoptar uma postura de observação mais matemática, isto significa uma postura mais objectiva, ou seja, formular perguntas cujas respostas não dependam dos nossos gostos, mas sim que sejam respondidas com base em qualidades espaciais ou relações quantificáveis.

Por exemplo, quando nos levantamos de manhã, vemo-nos ao espelho, mas só olhamos o rosto ou então o corpo completo, nunca nos questionamos sobre quais as dimensões mínimas de um espelho para cumprir a sua função, que altura mínima deveria ter. Para isso teríamos de determinar que relação existe entre o espelho, o rosto/corpo e o rosto/corpo nele reflectido.

Outro exemplo, seria ao contemplarmos o horizonte, o nascer ou o por do sol (nunca ninguém pensa em questões matemáticas nesta situação) podemos verificar que se nos agacharmos o horizonte aproxima-se e quando nos levantamos afasta-se. Também podemos verificar, se dermos uma volta completa sobre nós mesmos, que o horizonte é circular. Podemos questionar-nos sobre qual a distancia que nos separa da linha do horizonte? Qual é o seu raio?

Este seria o primeiro passo para criarmos matemática: formular perguntas acerca do nosso quotidiano cujas respostas se orientam para o objectivo numa perspectiva mais científica.

É necessário querer compreender e explicar as coisas segundo uma abordagem matemática, isto é, colocar questões objectivas de alguns aspectos do mundo com base na quantificação.

A formulação destas questões matemáticas sobre os fenómenos vividos por um indivíduo, visa a apreensão, quantificável e isenta, da realidade e do ambiente onde se desenvolve a vida, pois só com a matemática podemos compreender o mundo.

Todos podemos criar matemática e quando criamos, vivemos.

FONTE

Wikipédia

National Geographic – A Criatividade em Matemática

<https://www.superprof.pt/blog/>

CURSO



# FILOSOFIA PRÁTICA



## Conhecer-se a si mesmo

O conhecimento de si mesmo é a chave de todo o conhecimento superior e da compreensão da Natureza; é o primeiro passo na transformação de nós próprios.

No entanto, nem sempre pensamos, sentimos ou agimos como gostaríamos. Temos sentimentos indesejados, alegrias fugazes e relacionamentos complicados.

Uma sábia gestão emocional pode resolver muitos dos nossos problemas, ajudando-nos a conviver com tudo o que nos rodeia.



## A harmonia do mundo

Há na natureza uma harmonia com a qual podemos entrar em sintonia.

A sociedade e a harmonia nas relações são construídas por indivíduos conscientes e ativos nessa construção de um mundo melhor.

A filosofia dá-nos pistas sobre como quebrar as correntes da ignorância pessoal, do preconceito e do medo para uma sociedade mais aberta e mais livre.



## O sentido da existência

Uma vida com sentido não é algo assim tão distante como se poderia pensar.

Ela está enraizada no exercício das nossas melhores capacidades inatas como a força de vontade, amor e empatia, criatividade, coragem e resiliência, atenção e serviço ao outro.

A prática das virtudes próprias do ser humano confere um sentido a cada um dos nossos actos e integra-nos com o caminho da humanidade.